



FACULTAD DE FÍSICA
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

Física - FIS109K

Clases N° 1 y 2 - Presentación del curso, cantidades físicas, sistemas y conversion de unidades y análisis dimensional

Profesor: Rafael Bravo

rafael.bravo@uc.cl

Información general

Equipo docente

Profesor: Rafael Bravo
rafael.bravo@uc.cl

Instituto de Física, Oficina 303

Clases

Cátedra: Miércoles 8:20 - 9:30
9:40 - 10:50

Fechas de evaluaciones (tentativa)

Interrogación 1: Viernes 12 de Septiembre

Interrogación 2: Viernes 24 de Octubre

Interrogación 3: Viernes 28 de Noviembre

Examen: Viernes 12 de Diciembre

Ayudantes: Rafaella Murra

rafaella.murra@uc.cl

Jorge Parra

jorge.parra@uc.cl

Ayudantía: Viernes 14:50 - 16:00
16:10 - 17:20

Inasistencia

En caso de no asistir a una evaluación, si presenta justificación con certificado médico, el examen reemplaza la nota de la evaluación.

En caso de faltar a más de una evaluación, debe rendir examen recuperativo a comienzos del próximo semestre.

Evaluación del curso

3 Interrogaciones, I_i (2 unidades por interrogación)

Si cumple con

$$\bar{I} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 I_i \geq 5.0$$

Entonces

$$N_f = \bar{I}$$

En caso contrario debe rendir el examen, y la nota final se calcula como

$$N_f = 0.75 \times \bar{I} + 0.25 \times N_e$$

El curso se aprueba con $N_f \geq 4.0$

Adicionalmente habrán controles en las ayudantías con los que se podrán acumular décimas para las interrogaciones. Las fechas de éstos y la cantidad están por definirse.

Contenidos del curso

1. Magnitudes fundamentales de la mecánica y sistemas de unidades.
2. Cinemática: velocidad, aceleración en una y dos dimensiones.
3. Dinámica: masa, fuerza, Leyes de Newton.
4. Trabajo mecánico, energía cinética, energía potencial gravitacional y elástica, balance energético.
5. Fluidos: presión hidrostática, principios de Pascal y Arquímedes, flujo laminar, ecuación de continuidad, ecuación de Bernoulli.
6. Termodinámica: temperatura, ecuación de estado de los gases, calor, conducción del calor, convección, radiación.
7. Ondas: oscilaciones, movimiento armónico simple, movimiento armónico amortiguado, resonancia, propagación de ondas mecánicas sinusoidales, ondas estacionarias, sonido.
8. Electricidad y Magnetismo: carga eléctrica, campo eléctrico, potencial eléctrico, capacidad y dieléctricos, corriente eléctrica y ley de Ohm, campo magnético, Leyes de Faraday, ondas electromagnéticas.

Mínima:

Serway, R.A. & J.W. Jewett Jr. - *Física para Ciencias e Ingeniería, Volumen 1 y 2*

Enfocado en ciencias de la salud:

Paul Davidovits - *Física en Biología y Medicina.*

Útil para aclarar conceptos:

Paul G. Hewitt - *Física Conceptual*

Cantidades Físicas

Fundamentales

Masa (M) : Propiedad intrínseca de los cuerpos. Medida de la inercia

Longitud (L) : Medida de la separación o distancia entre dos puntos en el espacio

Tiempo (T) : Medida de la duración o separación entre acontecimientos

Carga eléctrica (Q): Propiedad de experimentar fuerzas electromagnéticas.

Patrones estandarizados de medida. Sistema Internacional (SI) de medidas

metro (m) : *distancia recorrida por la luz en el vacío en $1/299.792.458$ segundos*

$$1m = \frac{c}{299792458} s$$

segundo (s) : *duración de $9.192.631.770$ veces la transición entre los dos estados hiperfinos del estado base del isótopo 133 del átomo de Cesio.*

$$1s = \frac{9192631700}{\Delta\nu_{\text{Cs}}}$$

kilogramo (kg) : *se define fijando el valor de la Constante de Planck a $h = 6,62607015 \times 10^{-34} \text{kgm}^2/\text{s}$*

$$1kg = \frac{h}{6,62607015 \times 10^{-34} \frac{s}{m^2}} \simeq 1,4755214 \times 10^{40} \frac{h\Delta\nu_{\text{Cs}}}{c^2}$$

Derivadas

Cantidad	Dimensiones	Medida en el SI
Área (A)	$[A] = L^2$	m^2
$[] \rightarrow$ Denota las “dimensiones” de una cantidad física Dimensión: naturaleza de una cantidad física		
Volumen (V)	$[V] = L^3$	m^3
Rapidez (v)	$[v] = L / T$	m/s
Aceleración (a)	$[a] = L / T^2$	m/s^2
Densidad (ρ)	$[\rho] = M / L^3$	kg/m^3
Fuerza (F)	$[F] = M L T^{-2}$	Newton (N), $1N = 1 kg m / s^2$
Energía (E)	$[E] = M L^2 T^{-2}$	Joule (J), $1J = 1kg m^2 / s^2$
Frecuencia (f)	$[f] = T^{-1}$	Hertz (Hz), $1Hz = s^{-1}$

Conversión de unidades

Se necesita conocer la equivalencia entre los diferentes sistemas de unidades o cantidades

Ejemplo: Cuántos años tiene una persona de 2.522.880.000 segundos?

→ En este caso es necesario encontrar la equivalencia entre segundos y años

1 año = 365 días, 1 día = 24 horas, 1 hora = 60 minutos, 1 minuto = 60 segundos

$$\begin{aligned} 1 \text{ año} &= 1 \cancel{\text{año}} \cdot \left(\frac{365 \cancel{\text{días}}}{1 \cancel{\text{año}}} \right) \cdot \left(\frac{24 \cancel{\text{horas}}}{1 \cancel{\text{día}}} \right) \cdot \left(\frac{60 \cancel{\text{min}}}{1 \cancel{\text{hora}}} \right) \cdot \left(\frac{60 \cancel{\text{s}}}{1 \cancel{\text{min}}} \right) \\ &= 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} = 31.536.000 \text{ s} \end{aligned}$$

1 año = 31.536.000 segundos

Entonces

$$2.522.880.000 \text{ s} = 2.522.880.000 \text{ s} \cdot \left(\frac{1 \text{ año}}{31.536.000 \text{ s}} \right) = \left(\frac{2.522.880.000}{31.536.000} \right) \text{ años} = 80 \text{ años}$$

La persona de 2.522.880.000 segundos, tiene 80 años

Análisis Dimensional

Si A y B son diferentes cantidades o combinaciones de cantidades físicas, y en un problema se encuentra que $A=B$, entonces se debe cumplir que

$$[A] = [B]$$

Por ejemplo, si la posición x de una partícula se puede representar como una combinación de su aceleración a en un instante de tiempo t de la forma

$$x = k a^n t^m$$

En donde k es una constante de proporcionalidad y n y m son potencias a determinar. Como las dimensiones en ambos lados de la igualdad deben ser iguales, se tiene

$$[x] = [k a^n t^m]$$

$$L = [k][a]^n[t]^m$$

$$= (LT^{-2})^n (T)^m$$

$$L^1 T^0 = L^n T^{-2n+m}$$

Como los exponentes de cada cantidad deben ser los mismos en ambos lados de la igualdad, estos se obtienen resolviendo el sistema de ecuaciones

$$L^1 = L^n \implies n = 1$$

$$T^0 = T^{-2n+m} \implies 0 = -2n + m$$

$$m = 2n$$

$$m = 2$$

$$\implies x = k a t^2$$

La constante de proporcionalidad se determina experimentalmente o se predice teóricamente



FACULTAD DE FÍSICA
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

Física - FIS109K

Sistemas de coordenadas, vectores y cinemática I

Profesor: Rafael Bravo

rafael.bravo@uc.cl

Representación de cantidades físicas: escalares y vectores

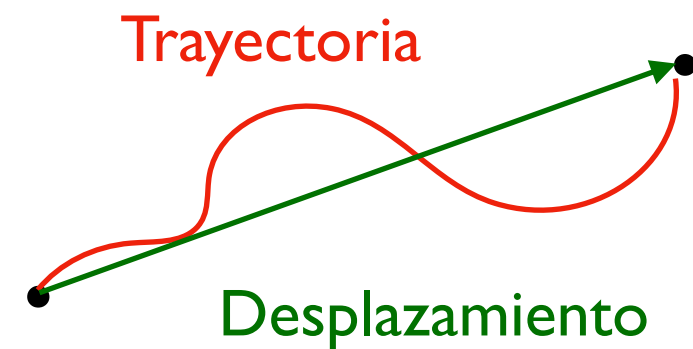
Cantidades físicas

Escalares

Se especifican mediante un valor numérico con una unidad adecuada. Ej. temperatura $T = 15^{\circ}\text{C}$, masa $m = 5\text{kg}$, rapidez $v = 5\text{m/s}$. Para manipular cantidades escalares se utiliza aritmética ordinaria

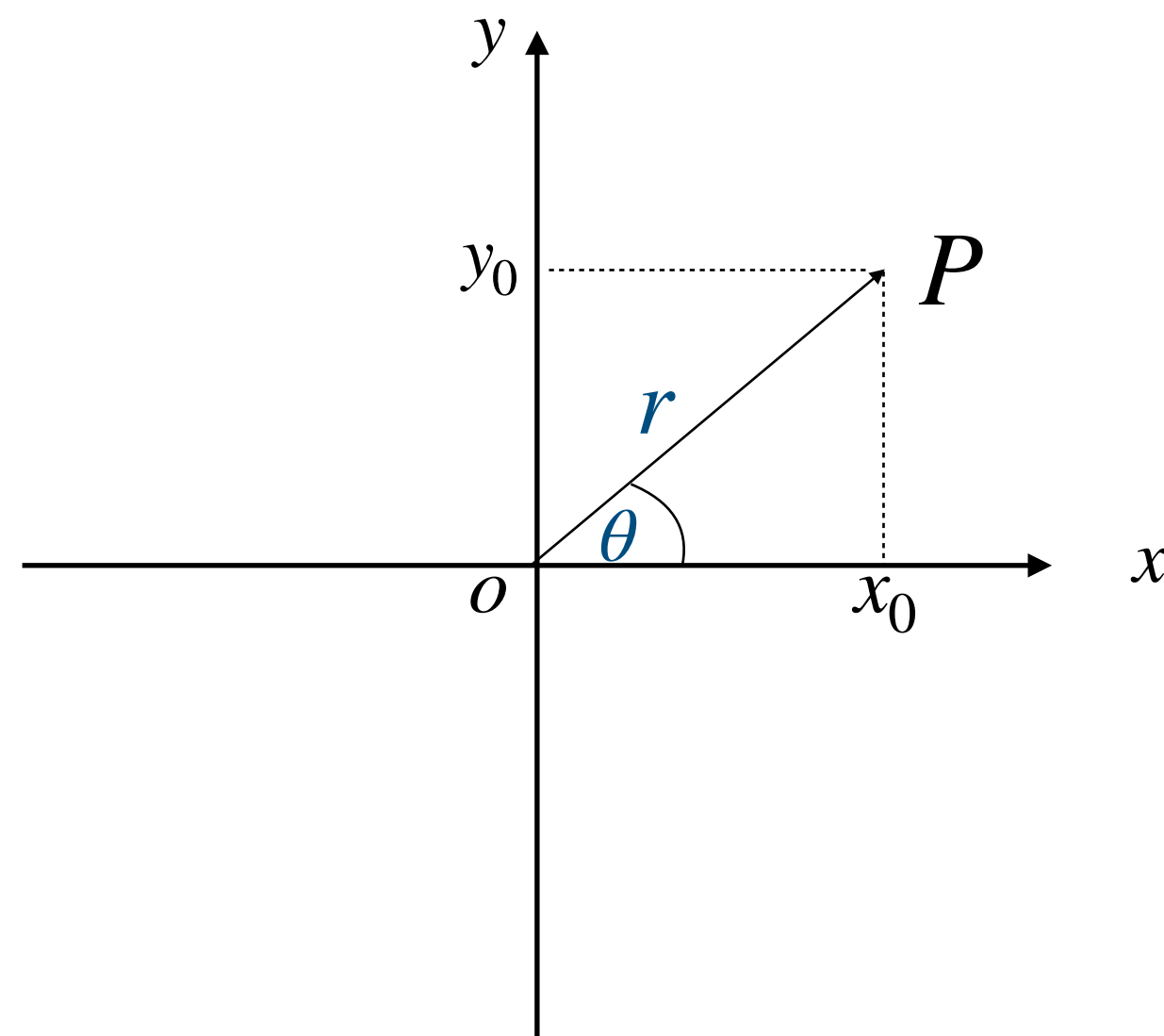
Vectores

Se especifican por completo mediante un valor numérico con unas apropiadas, más una dirección en el espacio. Ej. el vector de desplazamiento $\Delta\vec{x} = 5\text{m}\hat{x}$



- La flecha representa la dirección del desplazamiento
- La longitud de la flecha representa la magnitud del desplazamiento
- El vector de desplazamiento es independiente de la trayectoria. Solo depende del punto inicial y final

Representación en el espacio → Sistema de coordenadas



- El punto P tiene coordenadas cartesianas (x_0, y_0)
- Como también tiene coordenadas polares (r, θ)

$$x_0 = r \cos \theta, \quad y_0 = r \sin \theta$$
$$r = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}, \quad \tan \theta = \frac{y_0}{x_0} \implies \theta = \arctan \frac{y_0}{x_0}$$

Propiedades de los vectores

Un vector se suele representar con una letra y una flecha sobre esta, a veces también se representan con tipografía **negrita**

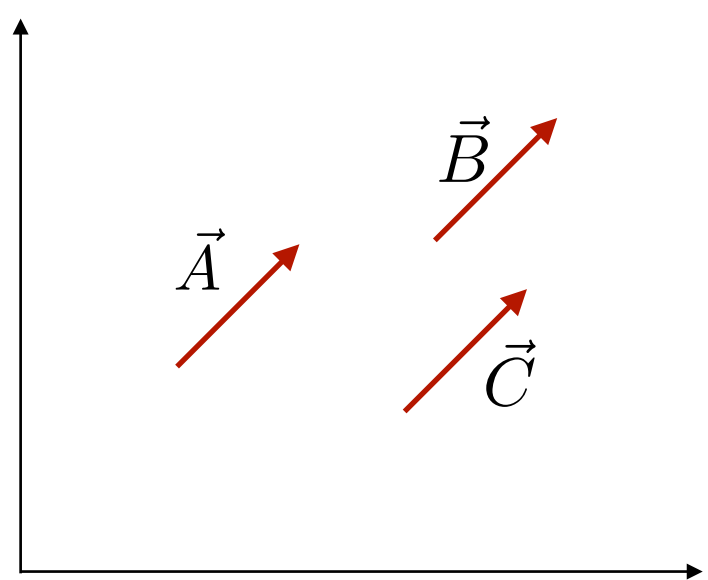
$$\vec{F} \quad \mathbf{F}$$

La magnitud de un vector se suele representar con el símbolo de valor absoluto. Esta tiene unidades físicas y siempre es un número positivo.

$$|\vec{F}| \quad |\mathbf{F}| \geq 0$$

Algunas propiedades de los vectores en su representación gráfica

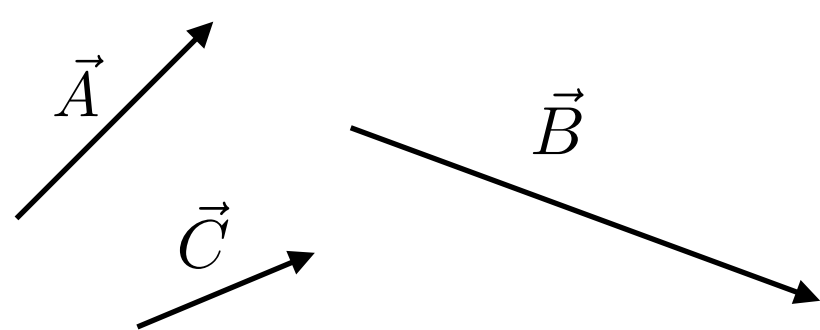
- Igualdad entre vectores: son iguales si tienen la misma magnitud y dirección



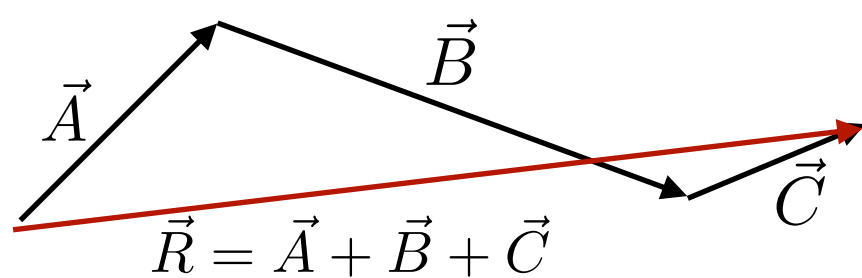
$$\vec{A} = \vec{B} = \vec{C} \iff |\vec{A}| = |\vec{B}| = |\vec{C}|$$

Como los vectores de la figura están en rectas paralelas y apuntan en la misma dirección, entonces son iguales. Independiente de que no tengan un origen en común

- Adición de vectores



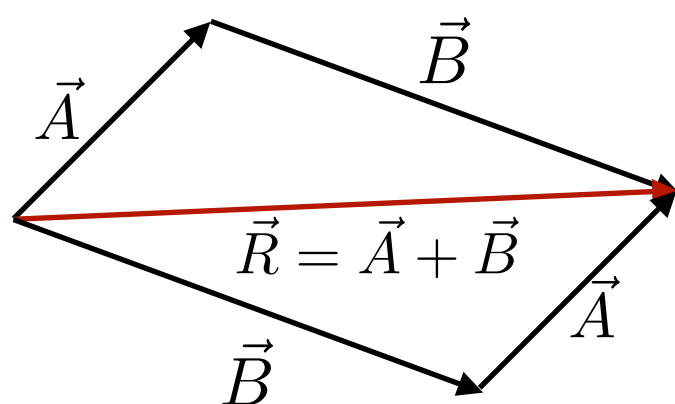
$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$



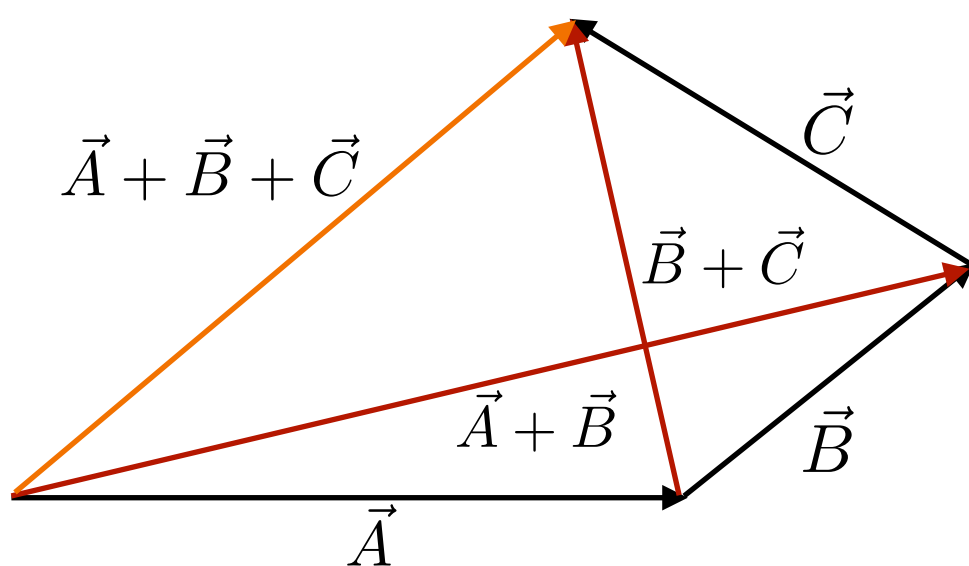
$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$$

- Conmutatividad de la suma

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

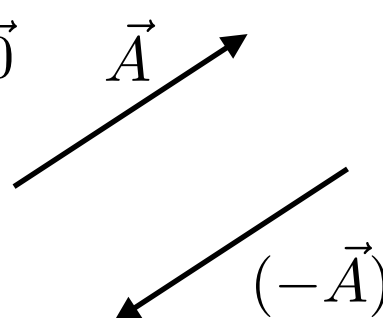


- Asociatividad de la suma



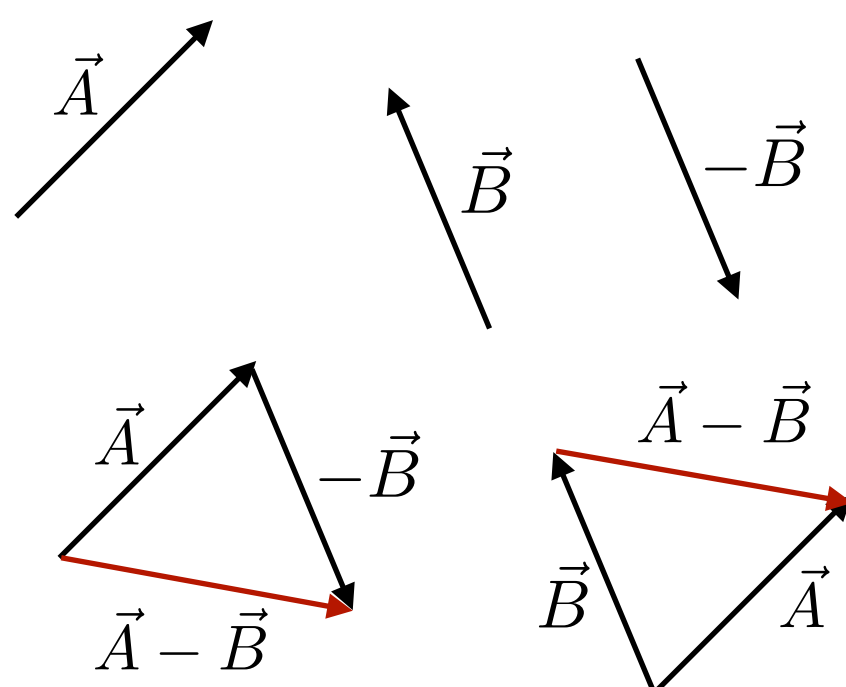
- Inverso aditivo de un vector

$$\vec{A} + (-\vec{A}) = \vec{0}$$



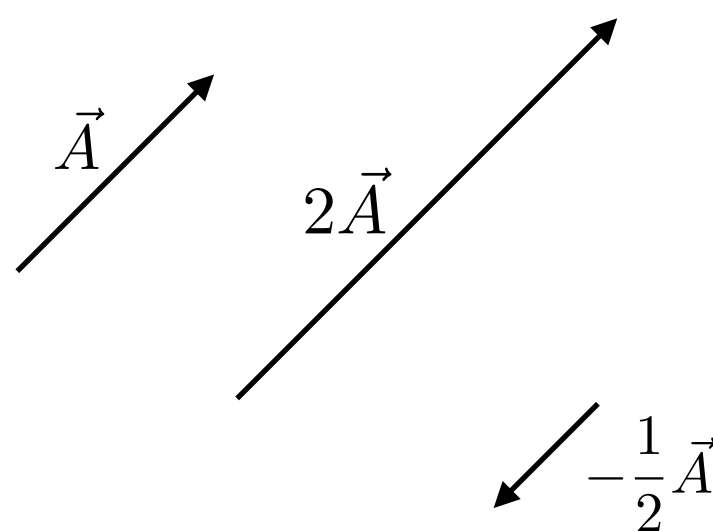
- Resta de vectores

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$



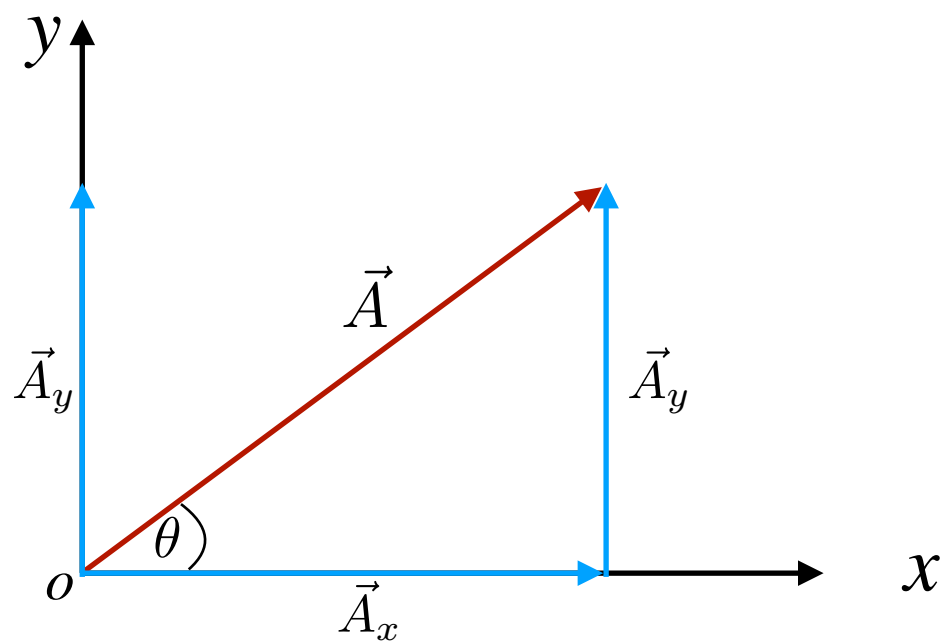
- Multiplicación de un vector por un escalar

Si un vector $\vec{A}$ se multiplica por una cantidad escalar positiva m , el producto es un vector que tiene la misma dirección del vector original y magnitud $m|\vec{A}|$. En el caso de que $m < 0$, el vector tendrá dirección opuesta pero la misma magnitud $m|\vec{A}|$



Componentes de un vector y vectores unitarios

La proyección de un vector en los ejes coordenados se denomina como las componentes del vector. El vector se puede expresar como la suma de sus componentes



$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

$$|\vec{A}_x| = A_x = |\vec{A}| \cos \theta$$

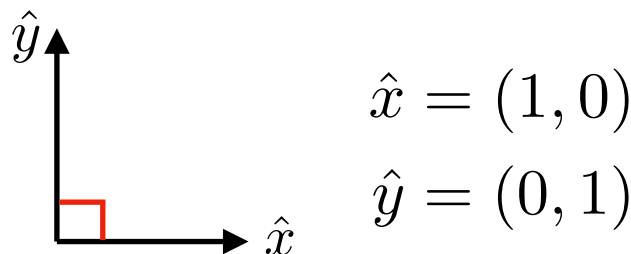
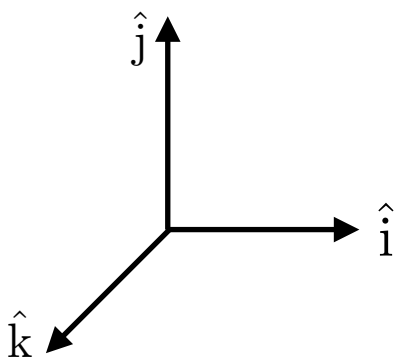
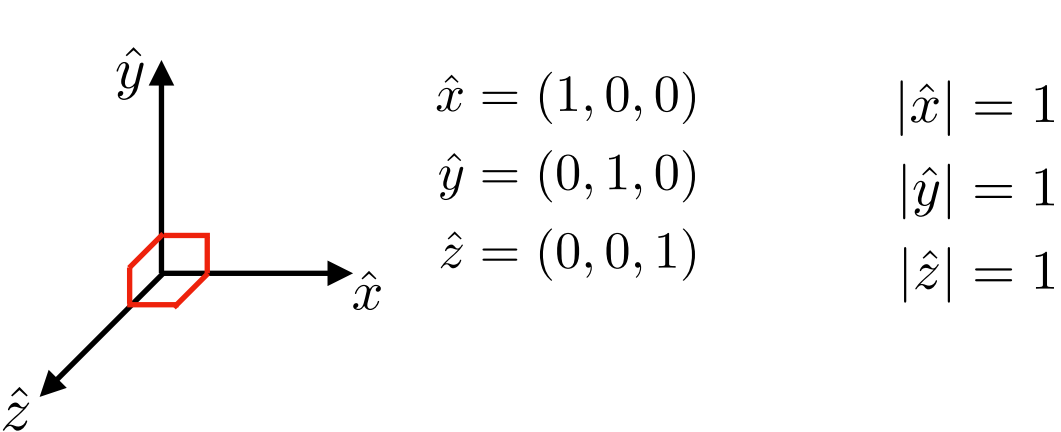
$$|\vec{A}_y| = A_y = |\vec{A}| \sin \theta$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

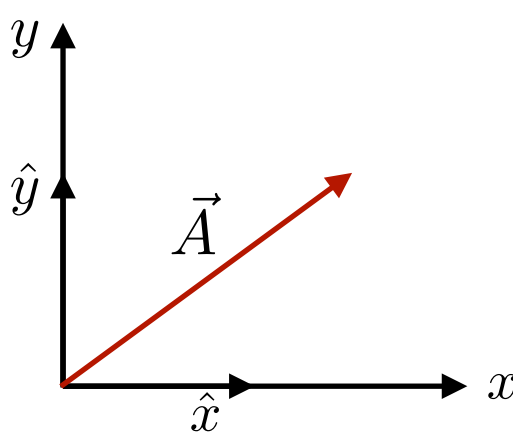
$$\theta = \arctan \frac{A_y}{A_x}$$

El espacio se puede representar por completo en términos de vectores unitarios (o base). Dependiendo de las dimensiones del espacio habrán tantos vectores unitarios como dimensiones tenga este. Cualquier vector puede ser representado en términos de una combinación lineal de el producto de cantidades escalares (el módulo de sus componentes) por los vectores unitarios del espacio.

Un conjunto de vectores unitarios, tienen la propiedad de que son mutuamente perpendiculares y tienen magnitud 1. Se dice que son *ortonormales*



Representación de un vector a través de los vectores base



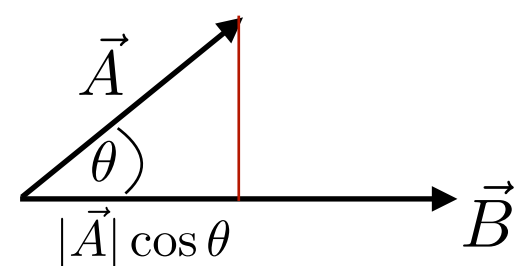
$$\vec{A} = A_x \hat{x} + A_y \hat{y}$$

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x) \hat{x} + (A_y + B_y) \hat{y}$$

$$m\vec{A} = mA_x \hat{x} + mA_y \hat{y}$$

Producto escalar y producto vectorial

El **producto escalar** o producto punto $\cdot$ entre dos vectores se define como



$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$$

Se puede entender como la proyección de $\vec{A}$ sobre $\vec{B}$ multiplicado por el módulo de $\vec{B}$ o vice versa.

- Conmutativo

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

- Distributivo con respecto a la suma $\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$

Analíticamente

$$\vec{A} = A_x \hat{x} + A_y \hat{y}, \quad \vec{B} = B_x \hat{x} + B_y \hat{y}$$

$$\begin{aligned} \vec{A} \cdot \vec{B} &= (A_x \hat{x} + A_y \hat{y}) \cdot (B_x \hat{x} + B_y \hat{y}) \\ &= A_x B_x \hat{x} \cdot \hat{x} + A_x B_y \hat{x} \cdot \hat{y} + A_y B_x \hat{y} \cdot \hat{x} + A_y B_y \hat{y} \cdot \hat{y} \\ &= A_x B_x + A_y B_y \end{aligned}$$

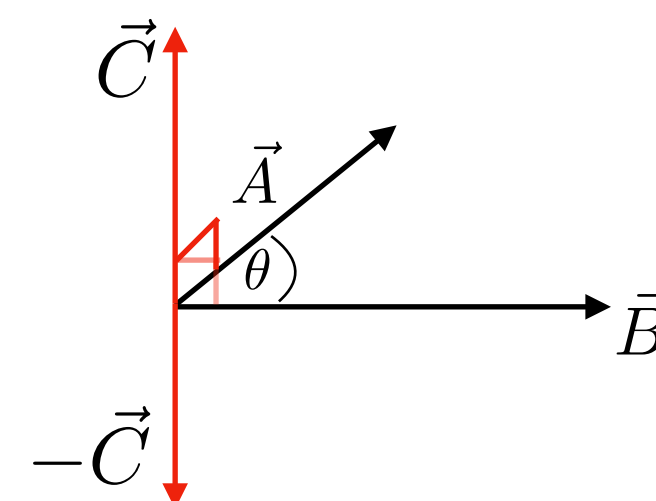
Donde se usó la ortonormalidad de los vectores unitarios

$$\hat{x} \cdot \hat{x} = |\hat{x}| |\hat{x}| \cos 0 = 1$$

$$\hat{y} \cdot \hat{y} = |\hat{y}| |\hat{y}| \cos 0 = 1$$

$$\hat{x} \cdot \hat{y} = |\hat{x}| |\hat{y}| \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

El **producto vectorial** o producto cruz $\times$ entre dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ es un vector $\vec{C}$ mutuamente perpendicular a $\vec{A}$ y $\vec{B}$



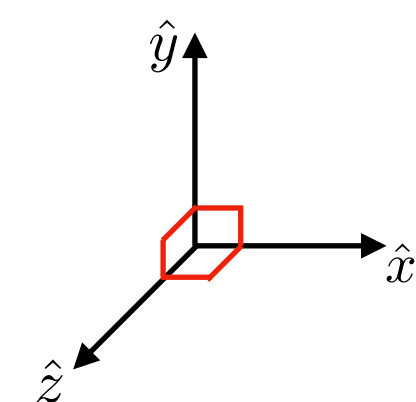
$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C}$$

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \theta$$

- No Conmutativo

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

- Distributivo con respecto a la suma $\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$



$$\hat{x} = (1, 0, 0)$$

$$\hat{y} = (0, 1, 0)$$

$$\hat{z} = (0, 0, 1)$$

$$\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$$

$$\hat{y} \times \hat{z} = \hat{x}$$

$$\hat{z} \times \hat{x} = \hat{y}$$

Analíticamente

$$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z), \quad \vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$$

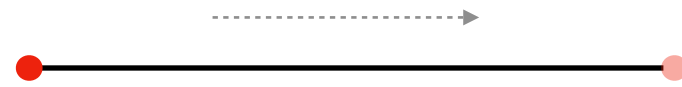
$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (A_y B_z - A_z B_y) \hat{x} - (A_z B_x - A_x B_z) \hat{y} + (A_x B_y - A_y B_x) \hat{z}$$

Cinemática: posición, desplazamiento, velocidad y rapidez promedio

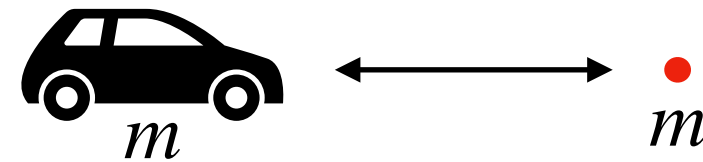
Descripción del *movimiento* de un cuerpo, sin preocuparse de las causas que lo generaron.

Movimiento: Cambio continuo en el vector de **posición** (por el momento en una sola dimensión)

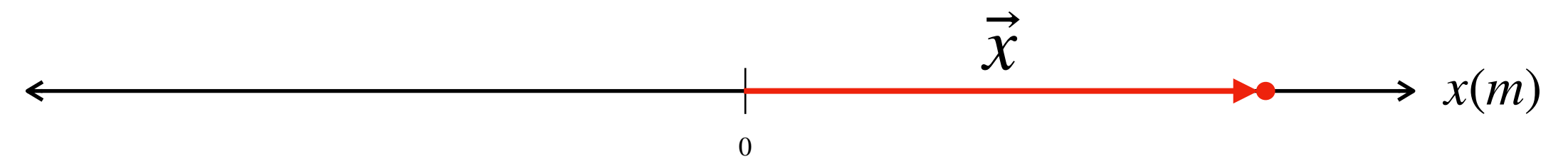
→ Traslacional



Consideraremos que un cuerpo de masa m , será descrito por una *partícula* infinitesimal de la misma masa m



El vector de **posición** de una partícula $\vec{x}$, es un **vector** que indica la ubicación de esta con respecto al origen de un sistema de coordenadas



El **desplazamiento** $\Delta\vec{x}$ de una partícula, es un **vector** que da cuenta del cambio de la posición de la partícula durante un intervalo de tiempo, usualmente entre su posición final $\vec{x}_f$ e inicial $\vec{x}_i$, y se define como

$$\Delta\vec{x} = \vec{x}_f - \vec{x}_i$$

El camino o **distancia recorrida** d por una partícula es una cantidad escalar que da cuenta de la longitud de su trayectoria.

$$d \neq |\Delta\vec{x}|, \quad d \geq 0$$

La **velocidad promedio** $\vec{v}_{prom}$, es un **vector** dado por el cociente entre el desplazamiento $\Delta\vec{x}$ y el intervalo de tiempo Δt en que ocurre tal desplazamiento

$$\vec{v}_{prom} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x}_f - \vec{x}_i}{t_f - t_i}$$

La **rapidez promedio** v_{prom} , es una cantidad **escalar** definida como el cociente de la distancia recorrida d entre el intervalo de tiempo en donde se recorre tal distancia

$$v_{prom} = \frac{d}{\Delta t}$$



FACULTAD DE FÍSICA
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

Física - FIS109K

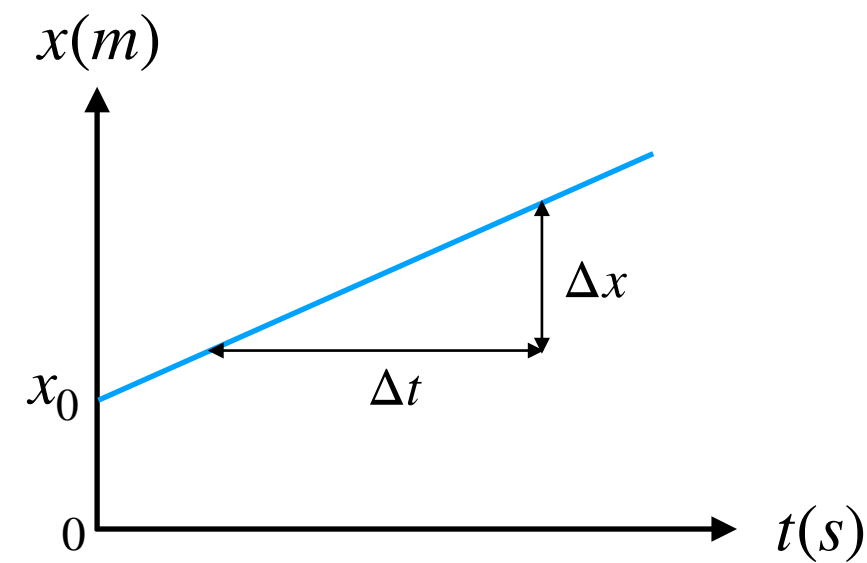
Cinemática: MRU, MUA y movimiento en dos dimensiones

Profesor: Rafael Bravo

rafael.bravo@uc.cl

Movimiento rectilíneo uniforme (MRU)

La situación más sencilla que podemos estudiar, corresponde al caso en donde la velocidad promedio es siempre la misma $v_{\text{prom}} = v_0$. Esto se conoce como movimiento rectilíneo uniforme (**MRU**). En ese caso la ecuación que determina la posición de la partícula en función del tiempo, corresponde a la ecuación de una recta



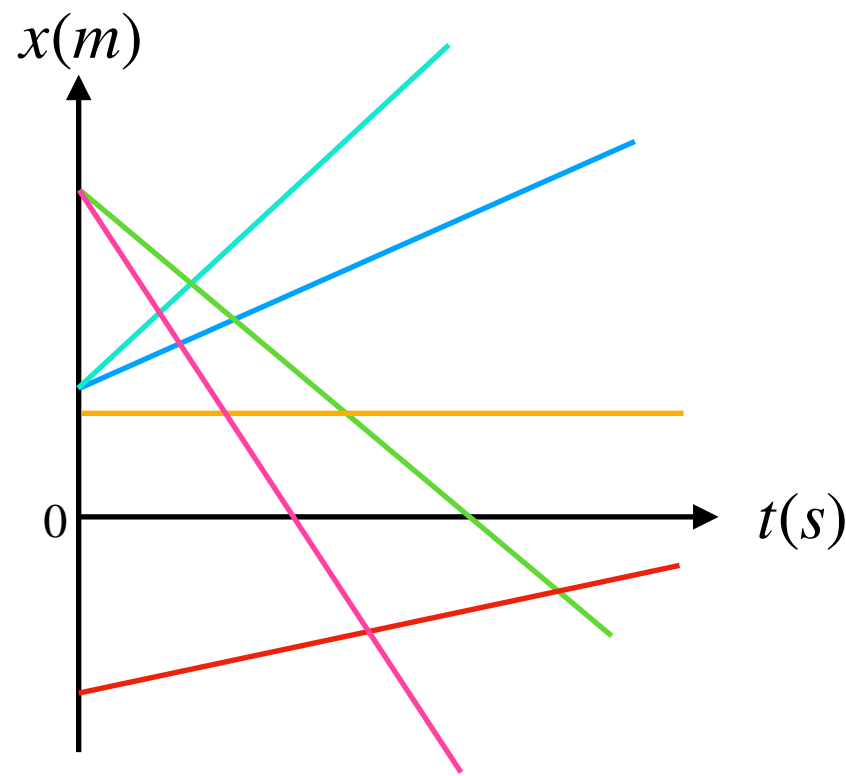
En este caso podemos notar que la pendiente es la misma para todos los puntos $\implies$ la velocidad es la misma siempre $v = v_{\text{prom}} = v_0$

$$v = v_{\text{prom}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{constante} \equiv v_0$$

$$x(t) = x_0 + v_0 t$$

Esta ecuación entrega la posición como función del tiempo, $x(t)$ para una partícula que se mueve con velocidad constante v_0 y comienza su movimiento en la posición x_0

Para este tipo de movimiento, algunos de los gráficos de posición y velocidad en función del tiempo que podemos encontrar son



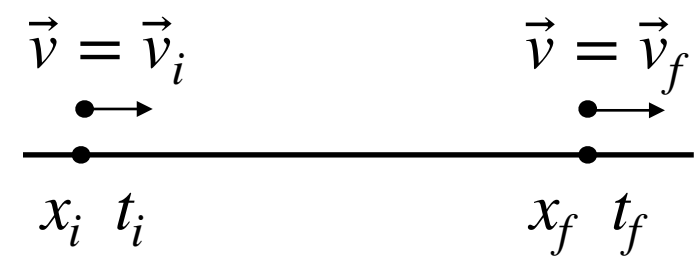
Las diferentes pendientes indican el tamaño y el signo de la velocidad



Cada movimiento del gráfico del lado izquierdo corresponde a diferentes valores constantes para la velocidad

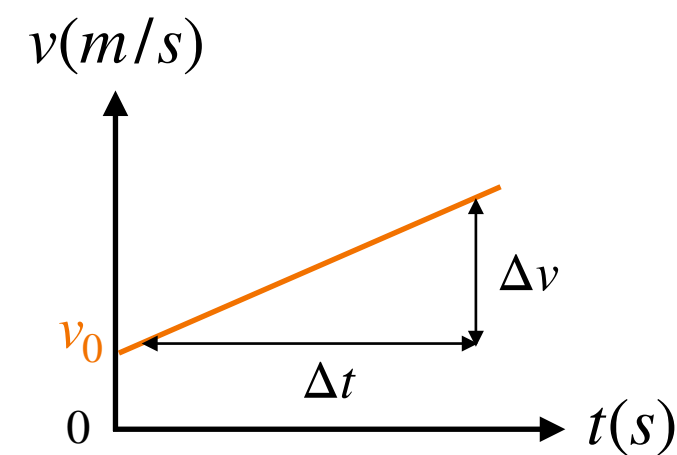
Movimiento uniformemente acelerado (MUA)

Si la velocidad de una partícula cambia medida que esta se mueve, entonces se dice que esta **acelera**. La **aceleración** $\vec{a}$, es un **vector** dado por el cociente entre el cambio de la velocidad de una partícula y el intervalo de tiempo en que ocurre tal cambio



$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i}$$

Consideremos el caso en donde la aceleración es la misma para cualquier intervalo de tiempo, es decir $\vec{a} = \text{constante}$. Esto se conoce como movimiento uniformemente acelerado (**MUA**).

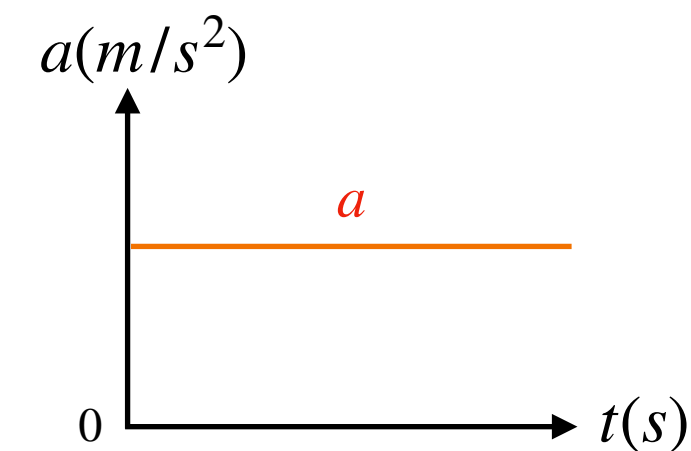


La pendiente es la misma para todos los puntos $\implies$ la aceleración es la misma siempre $a = \text{constante}$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{constante}$$

$$v(t) = v_0 + at$$

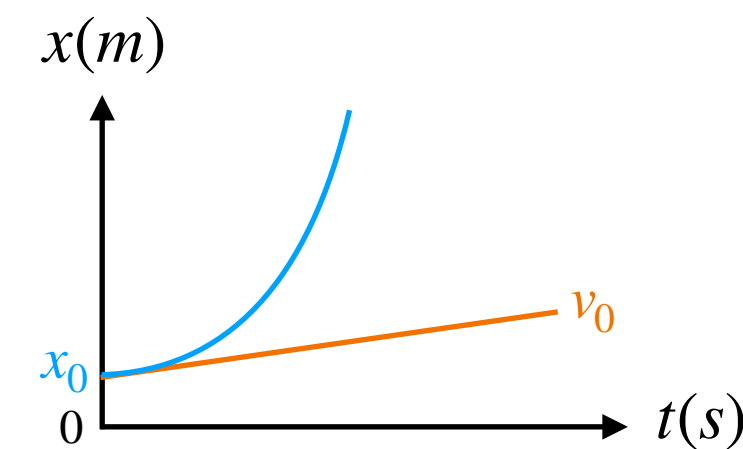
Esta ecuación entrega la velocidad como función del tiempo, $v(t)$ para una partícula que se mueve con velocidad constante a y comienza su movimiento con velocidad inicial v_0



En este movimiento, la velocidad promedio en cualquier intervalo de tiempo, es simplemente la media aritmética (o promedio) entre la velocidad final e inicial en dicho intervalo. Podemos usar esto para encontrar la posición de la partícula en función del tiempo

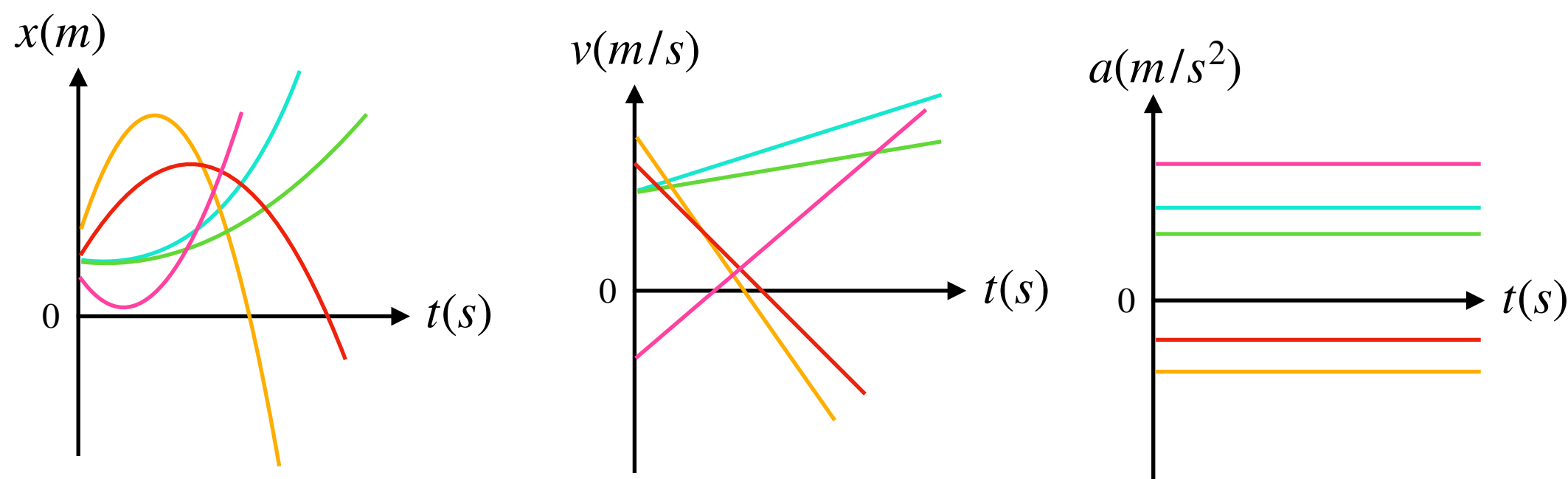
Esta ecuación entregan la posición como funciones del tiempo, $x(t)$, para una partícula que se mueve con aceleración constante a y comienza su movimiento en la posición x_0 con velocidad inicial v_0 . Es una ecuación cuadrática en el tiempo t por lo tanto gráficamente es una parábola.

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$



El intercepto con el eje y corresponde a la posición inicial x_0 y la pendiente en este punto es la velocidad inicial v_0 . En este caso como $a > 0$ la parábola es cóncava hacia arriba.

Gráficamente, algunas otras situaciones que podemos encontrar en un MUA



Si combinamos las ecuaciones para la posición y la velocidad, podemos encontrar una ecuación que determina la velocidad en función de la posición

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

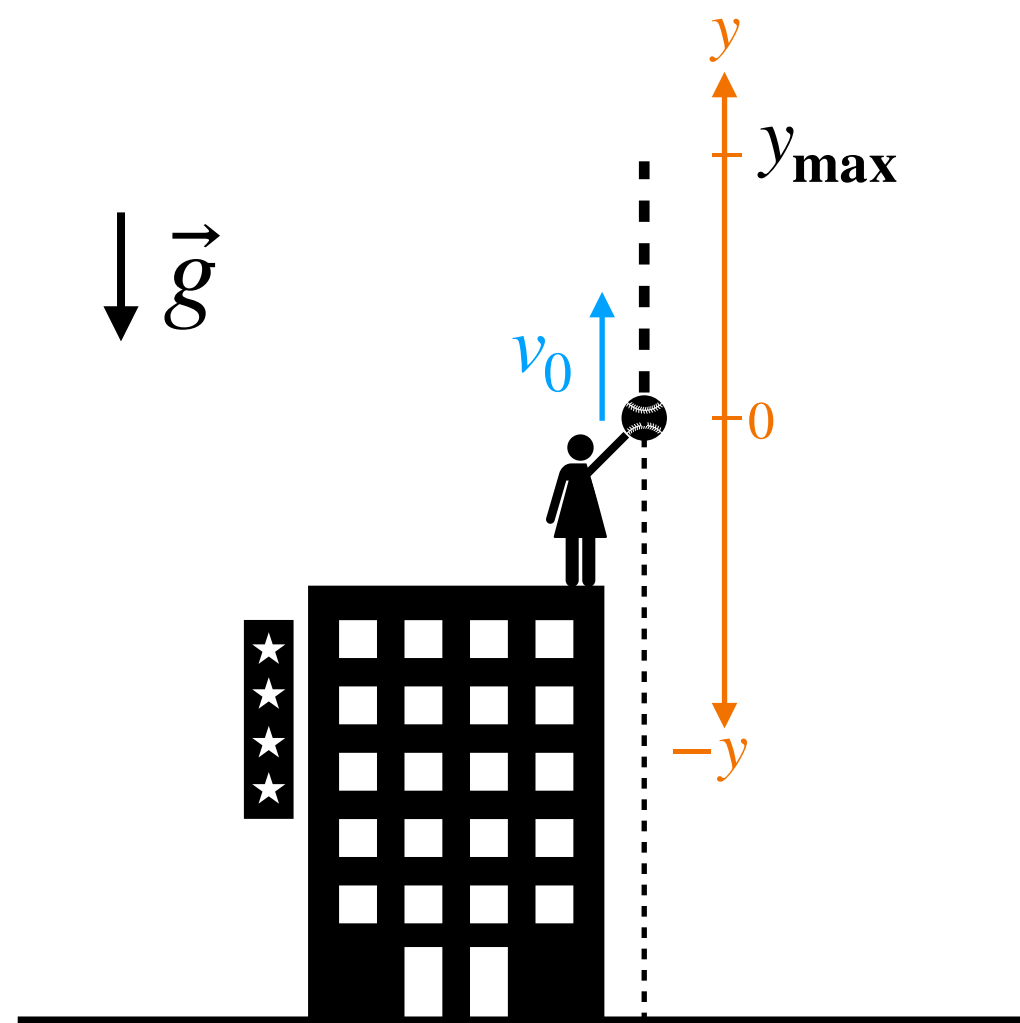
La ecuación que da el tiempo como función de la posición se obtiene a partir de encontrar los ceros de la ecuación cuadrática y es de la forma

$$t = -\frac{v_0}{a} \pm \frac{\sqrt{v_0^2 + 2a(x - x_0)}}{a}$$

Al usar esta ecuación, note que el tiempo tiene que ser estrictamente positivo $t > 0$ (causalidad)

Cuerpos en caída libre

Cualquier cuerpo que se deje caer en la Tierra, experimentará un MUA en donde la aceleración es debido a la atracción gravitacional de la Tierra. Esta aceleración se conoce como aceleración gravitacional $\vec{g}$, tiene un valor de $|\vec{g}| \equiv g = 9.81m/s^2 \simeq 10m/s^2$ y siempre apunta hacia el centro de la Tierra.

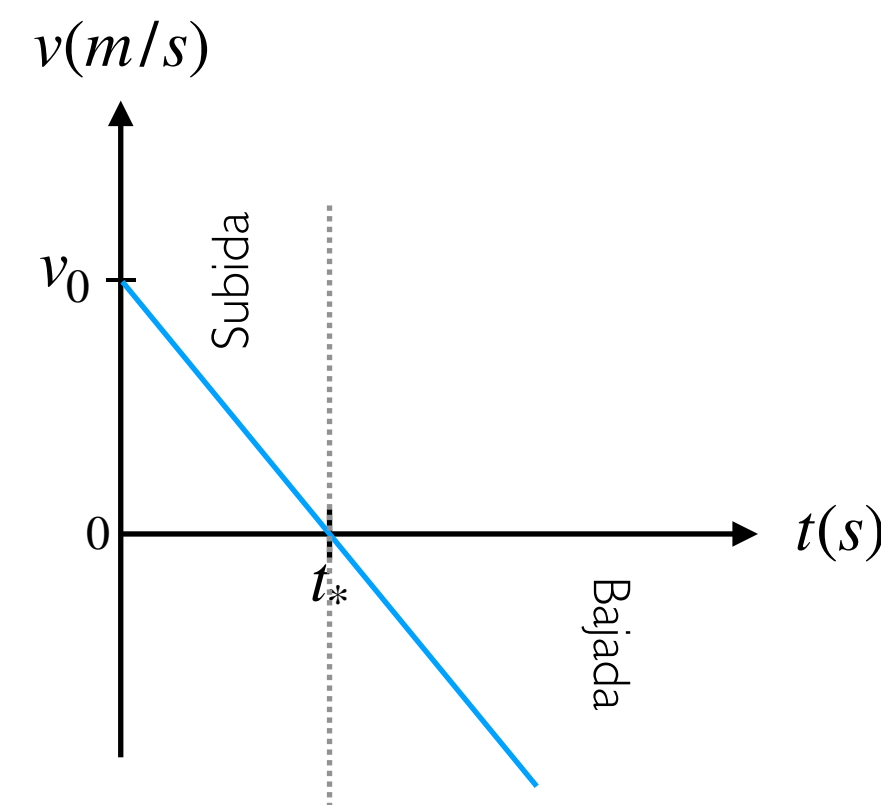
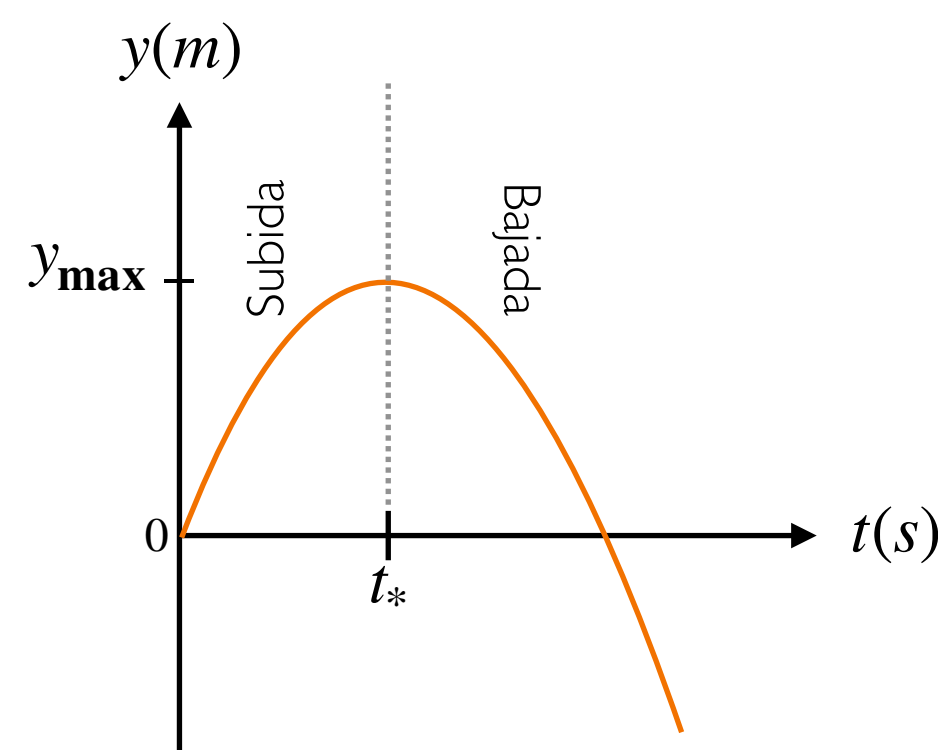


- Usualmente se fija que el movimiento ocurra a lo largo del eje y , de manera que las ecuaciones de movimiento son las mismas que vimos anteriormente pero cambiando $x \leftrightarrow y$

$$y(t) = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_y t^2, \quad v(t) = v_0 t + a_y t, \quad v^2 = v_0^2 + 2a_y(y - y_0).$$

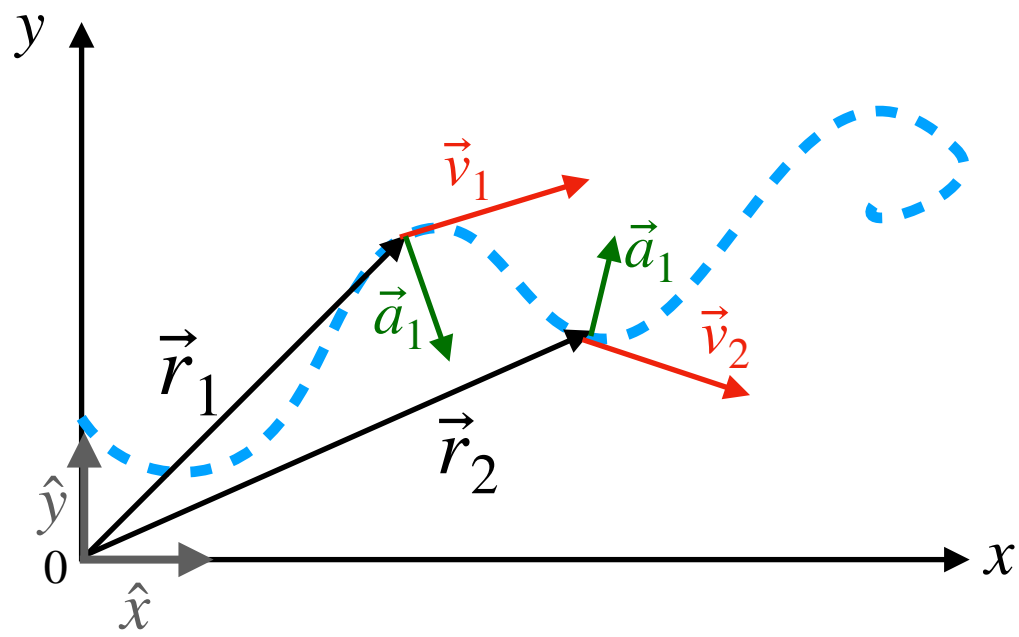
- En la figura, una pelota se lanza hacia arriba con velocidad inicial v_0 . Esta luego de alcanzar una altura máxima $y_{\max}$ en un tiempo $t = t_*$, cae hasta llegar al piso.
- En el **sistema de referencia** de la figura, la posición inicial y_0 de la pelota (su posición en el instante que esta se suelta) coincide con el origen del sistema de coordenadas, es decir $y_0 = 0$.
- En este mismo sistema de referencia, la aceleración es negativa, es decir $a_y = -g = -10m/s^2$.
- En la primera parte del trayecto, cuando la pelota va subiendo, su velocidad va disminuyendo hasta que alcanza $y_{\max}$ en donde momentaneamente su velocidad es cero $v(y_{\max}) = 0$. Luego de esto su velocidad empieza a aumentar hasta llegar al piso.

Gráficamente se tiene lo siguiente:



Movimiento en dos dimensiones

Queremos describir una situación en donde el movimiento de la partícula ocurre en dos dimensiones. Podemos graficar la **trayectoria** de la partícula en el plano cartesiano $x - y$



La posición de la partícula en un instante de tiempo t estará dada por su vector de posición $\vec{r}(t)$

$$\vec{r}_1 = \vec{r}(t_1), \quad \vec{r}_2 = \vec{r}(t_2)$$

El vector de velocidad $\vec{v}$ siempre es tangente a la **trayectoria**, mientras que el vector de aceleración $\vec{a}$ siempre apunta hacia la parte cóncava de esta.

En dos dimensiones, los vectores de posición, velocidad y aceleración son

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{x} + y(t)\hat{y}$$

$$\vec{v}(t) = v_x(t)\hat{x} + v_y(t)\hat{y}$$

$$\vec{a}(t) = a_x(t)\hat{x} + a_y(t)\hat{y}$$

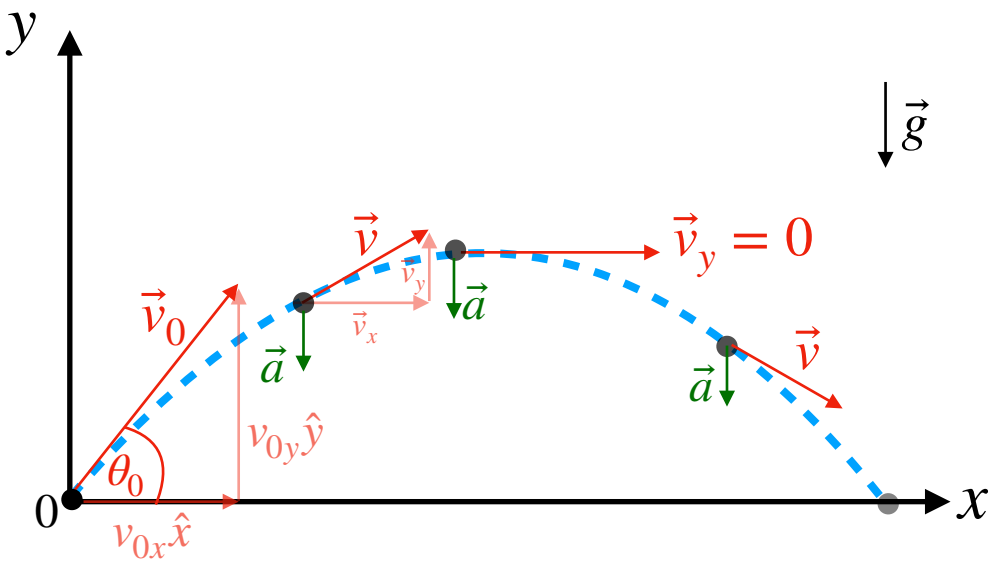
Igual que en el caso del movimiento en una dimensión, consideraremos movimientos en donde la aceleración es $\vec{a} = \text{constante}$. En tal caso, las ecuaciones de movimiento tienen la misma forma que en el caso de una dimensión

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2, \quad \vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a} t$$

En donde

$$\vec{r}_0 = x_0 \hat{x} + y_0 \hat{y} \qquad \vec{v}_0 = v_{0x} \hat{x} + v_{0y} \hat{y} \qquad \vec{a} = a_x \hat{x} + a_y \hat{y}$$

En particular, nos interesará estudiar el caso en donde $a_x = 0$ y $a_y = -g$. Es decir un **MRU** en el eje x y un **MUA** en el eje y en donde la aceleración corresponde a la aceleración gravitacional $\vec{g}$. Esto se conoce como *Movimiento Parabólico*.



En esta situación, un cuerpo se lanza con velocidad inicial $\vec{v}_0$ en un ángulo θ_0 . Vamos a despreciar el roce con el aire y también consideraremos que la aceleración de gravedad $\vec{g}$ siempre apunta en el eje y

Las componentes de la velocidad inicial $\vec{v}_0$ son

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta_0$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \theta_0$$

Con $v_0 = |\vec{v}_0|$

Fijamos la posición inicial en el origen, es decir

$$x_0 = y_0 = 0$$

Por lo tanto las ecuaciones de movimiento en cada eje coordenado son

Eje x :

$$x(t) = v_{0x} \cos \theta_0 t$$

$$v_x = v_{0x} \cos \theta_0$$

Eje y :

$$y(t) = v_{0y} \sin \theta_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v_y(t) = v_{0y} \sin \theta_0 - g t$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2 g y$$



FACULTAD DE FÍSICA
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

Física - FIS109K

Dinámica: Leyes de Newton, Trabajo y Energía

Profesor: Rafael Bravo

rafael.bravo@uc.cl

Dinámica: Fuerzas

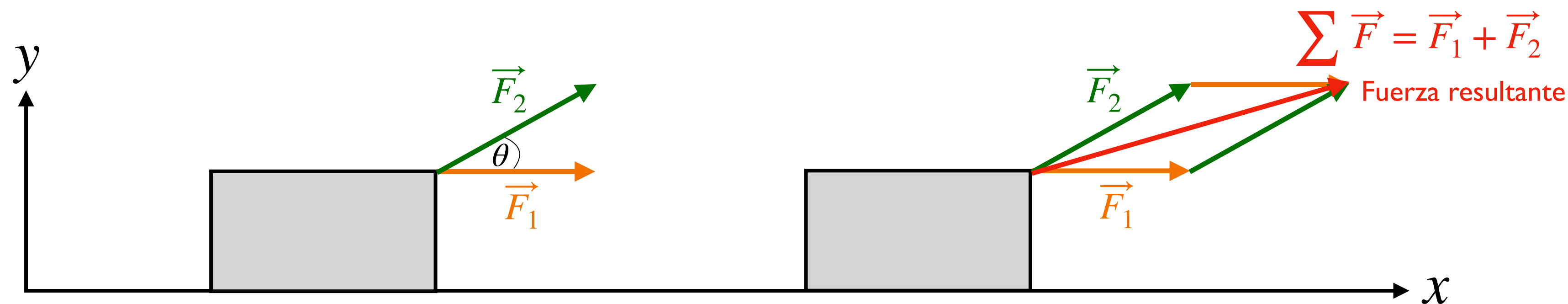
Estudiaremos las causas que provocan el movimiento o cambios en el estado físico de un sistema: Fuerzas $\vec{F}$

Fuerza

- Es una cantidad **vectorial** la cual es capaz de modificar el movimiento de un cuerpo. Su unidad de medida en el sistema internacional (SI) es el Newton N. $1\text{N} = 1\text{kg m/s}^2$. Las fuerzas se pueden medir con un **dinamómetro**



- Cuantifica la **interacción** entre dos cuerpos o entre un cuerpo y un entorno. Pueden ser de contacto o de largo alcance
- Se pueden superponer: el efecto de varias fuerzas aplicadas al mismo punto de un cuerpo es el mismo que el de una sola fuerza igual a la suma (vectorial) de todas las demás. **La suma de las fuerzas se llama fuerza neta o resultante**



Es conveniente hacer la suma por componentes

$$\sum \vec{F} = \sum F_x \hat{x} + \sum F_y \hat{y}$$

$$\sum F_x = |\vec{F}_2| \cos \theta + |\vec{F}_1|$$

$$\sum F_y = |\vec{F}_2| \sin \theta$$

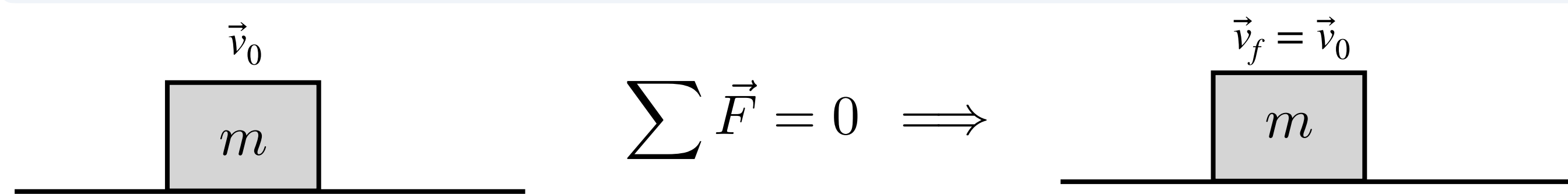
Leyes del movimiento de Newton

¿De qué manera las fuerzas se relacionan y alteran el movimiento? $\Rightarrow$ Leyes de Newton

1ª Ley: Ley de la Inercia

En ausencia de fuerzas externas, un cuerpo en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme, permanecerá en ese estado de movimiento.

$$\sum \vec{F} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = 0$$

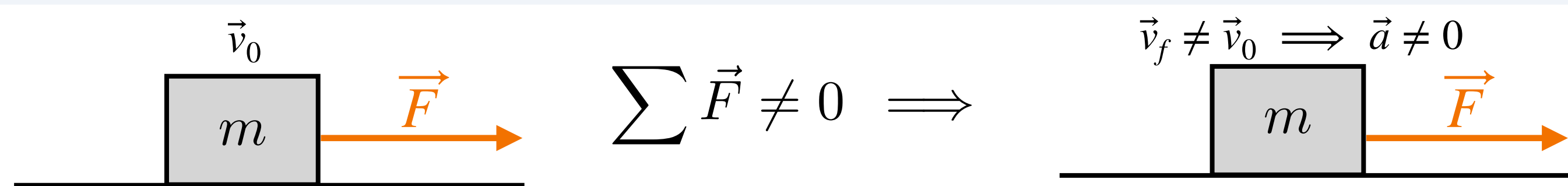


m :medida de la inercia

2ª Ley de Newton

La aceleración de un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre este e inversamente proporcional a su masa

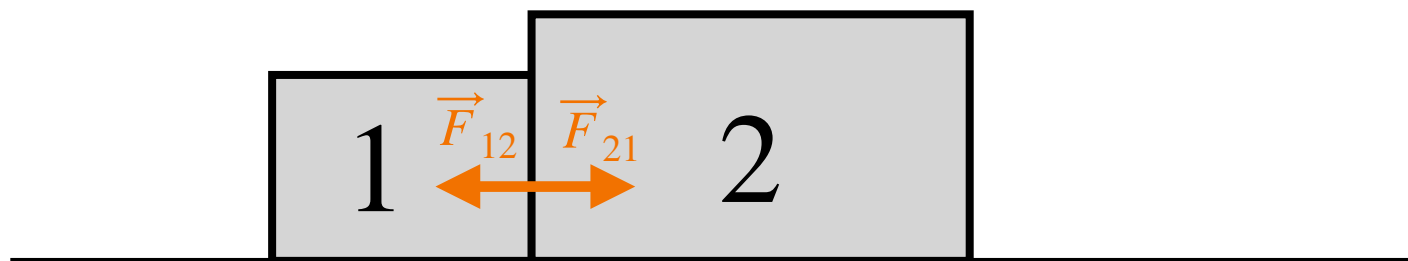
$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$



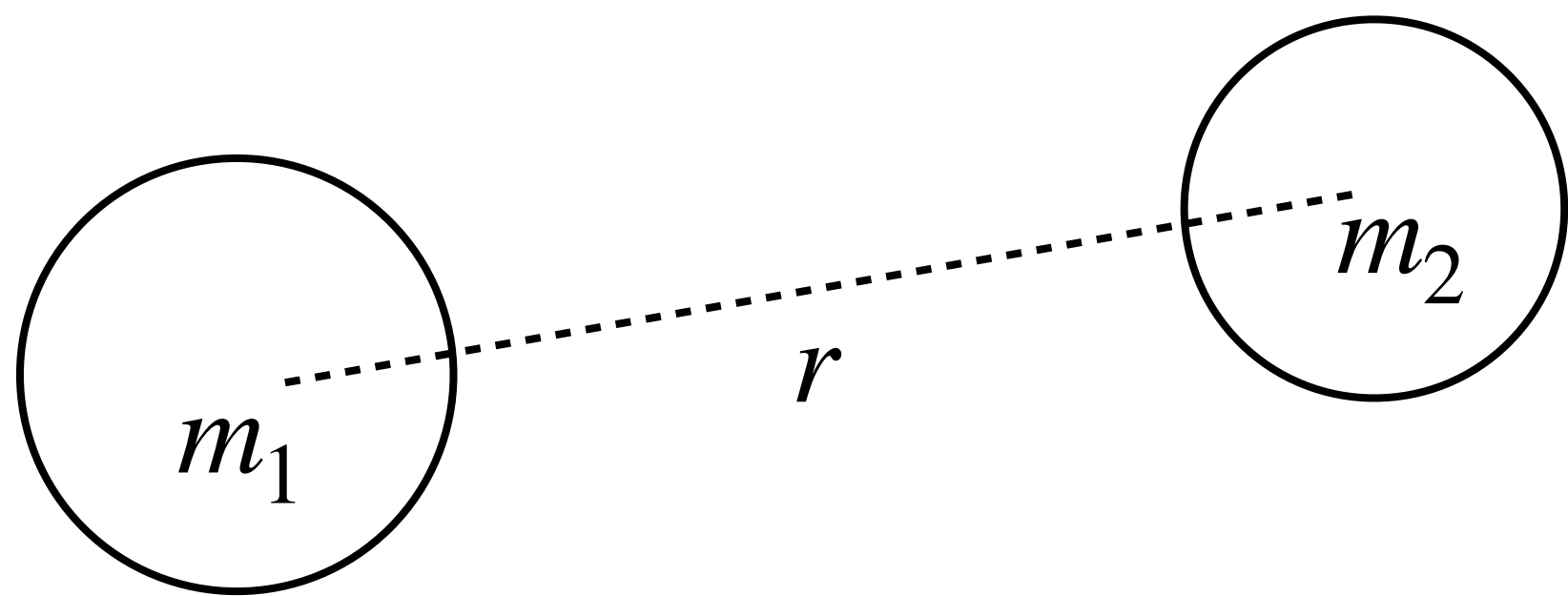
3ª Ley: Acción y reacción

Si dos cuerpos interactúan, la fuerza $\vec{F}_{12}$ que ejerce el cuerpo 1 sobre el cuerpo 2, es igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza $\vec{F}_{21}$ que ejerce el cuerpo 2 sobre el cuerpo 1

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



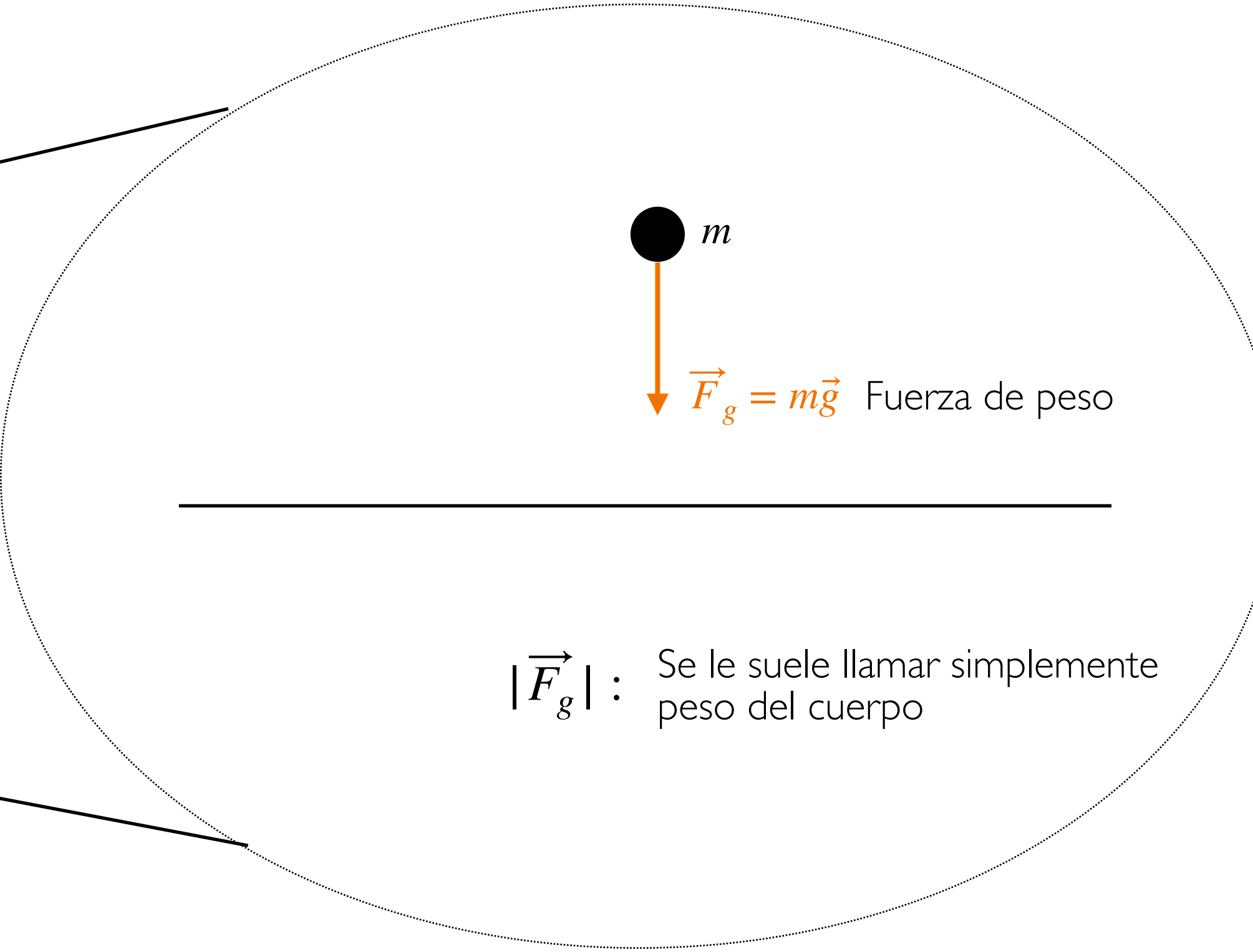
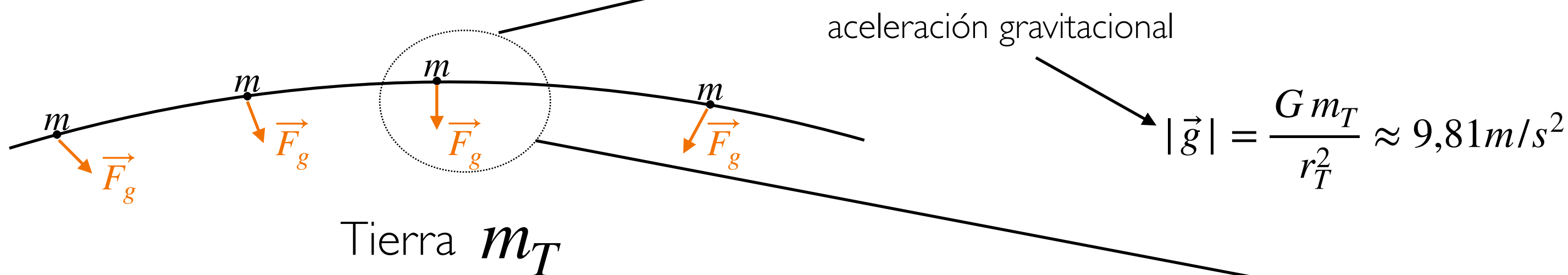
Fuerza gravitacional y peso



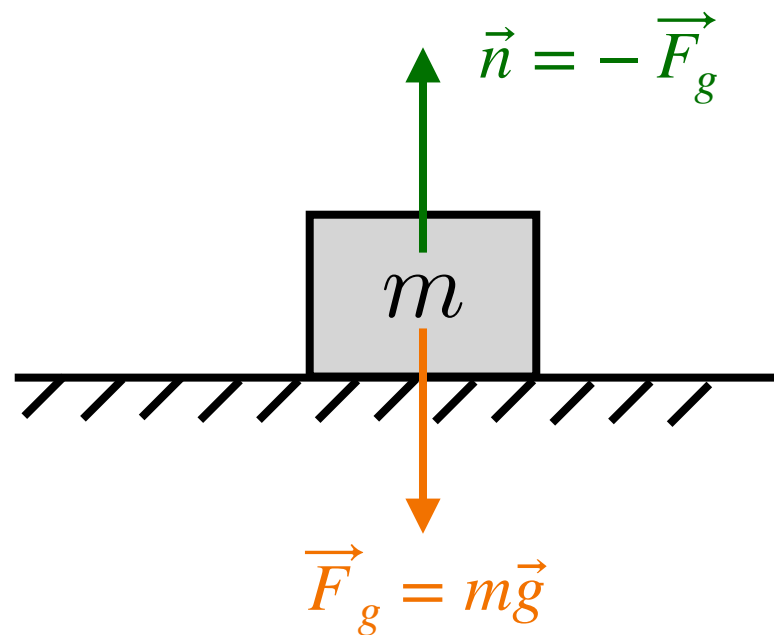
Ley de Gravitación Universal

La fuerza de atracción entre cualquier par de objetos con masa viene dada por $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$

La Tierra ejerce una fuerza de atracción, llamada fuerza de peso o fuerza gravitacional $\vec{F}_g$, la cual atrae a todos los cuerpos masivos hacia el centro de ella.



Un cuerpo en reposo sobre una superficie no sigue cayendo hacia el centro de la tierra. Esto es debido a que la superficie ejerce una fuerza de reacción, perpendicular a ella, la cual se opone a la fuerza de peso. A esta fuerza de reacción se le llama fuerza normal $\vec{n}$



Como el cuerpo permanece en **equilibrio estático**, la fuerza neta sobre él es cero, entonces se tiene que

$$\sum \vec{F} = \vec{n} + \vec{F}_g = 0$$
$$\implies \vec{n} = -\vec{F}_g$$

Diagrama de cuerpo libre, las leyes del movimiento en acción

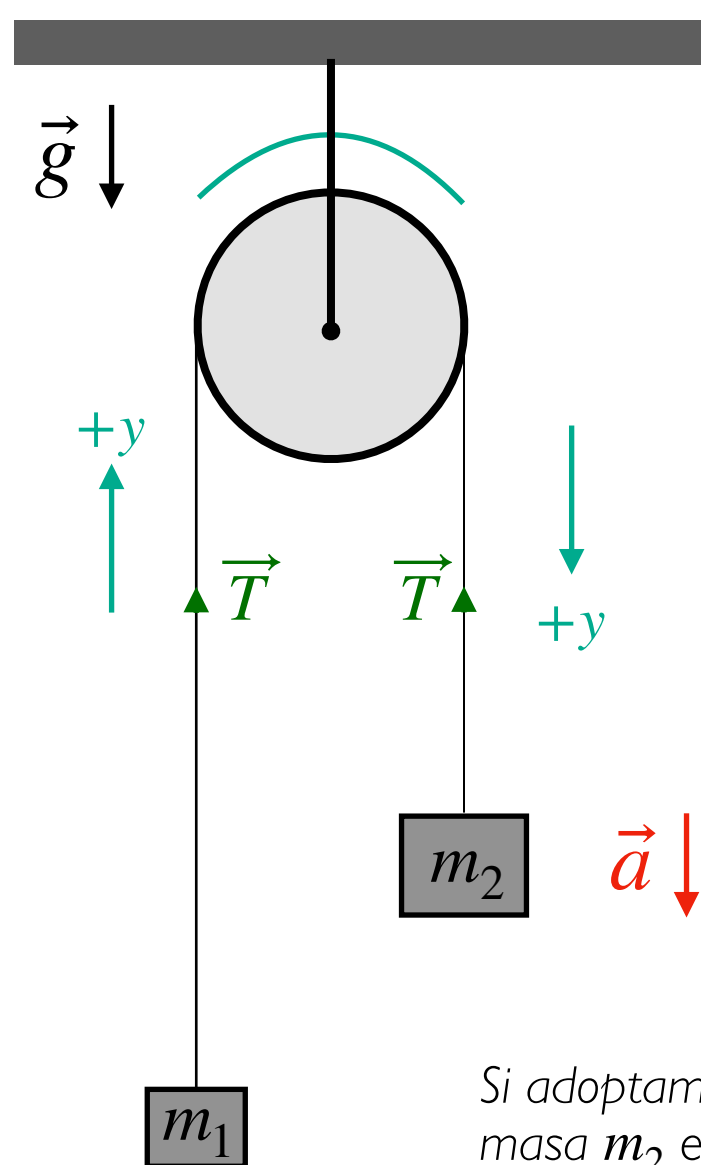
Un diagrama de cuerpo libre (DCL) es una representación que se utiliza para analizar las fuerzas que actúan sobre un cuerpo o sistema. Para construirlo se considera un cuerpo como un punto y se dibujan todas las fuerzas que actúan sobre este.

Las leyes de Newton nos permiten encontrar ya sea una fuerza que esté actuando sobre un cuerpo o la aceleración que este experimenta producto de la fuerza.

Consideremos el siguiente ejemplo en donde a partir de un DCL encontraremos una fuerza de reacción (tensión) y la aceleración de un sistema.

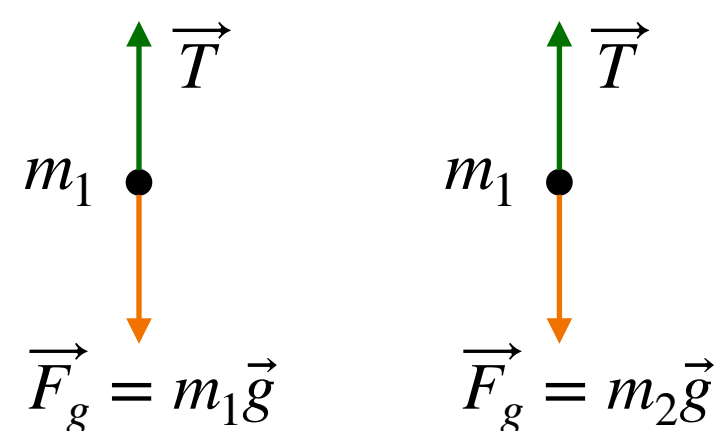
Máquina de Atwood

Una Máquina de Atwood consiste en dos masas suspendidas que se encuentran conectadas a través de un hilo de masa despreciable, el cuál pasa alrededor de una polea. Ambas masas sienten una fuerza de tensión $\vec{T}$ que tira de ellas. Como el sistema se encuentra en presencia de la aceleración de gravedad, este experimentará un movimiento con cierta aceleración $\vec{a}$ que dependerá de la diferencia entre las masas. Si $m_2 > m_1$, el sistema acelerará de manera que el cuerpo de masa m_2 bajará y m_1 subirá.



Si adoptamos la convención de que el sentido del movimiento de la masa m_2 es tal que la aceleración del sistema $\vec{a}$ es positiva. Entonces, en este caso, para la masa m_2 su peso tendrá signo positivo y la tensión signo negativo. Con esta misma convención, para la masa m_1 , la tensión tendrá signo positivo y su peso signo negativo. Como el movimiento es en una dimensión, escogemos el eje y como sistema de referencia.

DCL



Escribiendo la segunda Ley de Newton para cada masa, se tiene que

$$\begin{aligned} m_1 : \quad \sum F_y &= T - m_1 g = m_1 a \\ m_2 : \quad \sum F_y &= m_2 g - T = m_2 a \end{aligned}$$

Si sumamos estas ecuaciones, o lo que es equivalente a escribir la segunda Ley para todo el sistema, se tiene que

$$(m_2 - m_1)g = (m_1 + m_2)a$$

De aquí podemos encontrar la aceleración a del sistema como

$$a = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) g$$

Ahora, si reemplazamos la aceleración que encontramos en cualquiera de las ecuaciones del equilibrio de fuerzas, se encuentra que

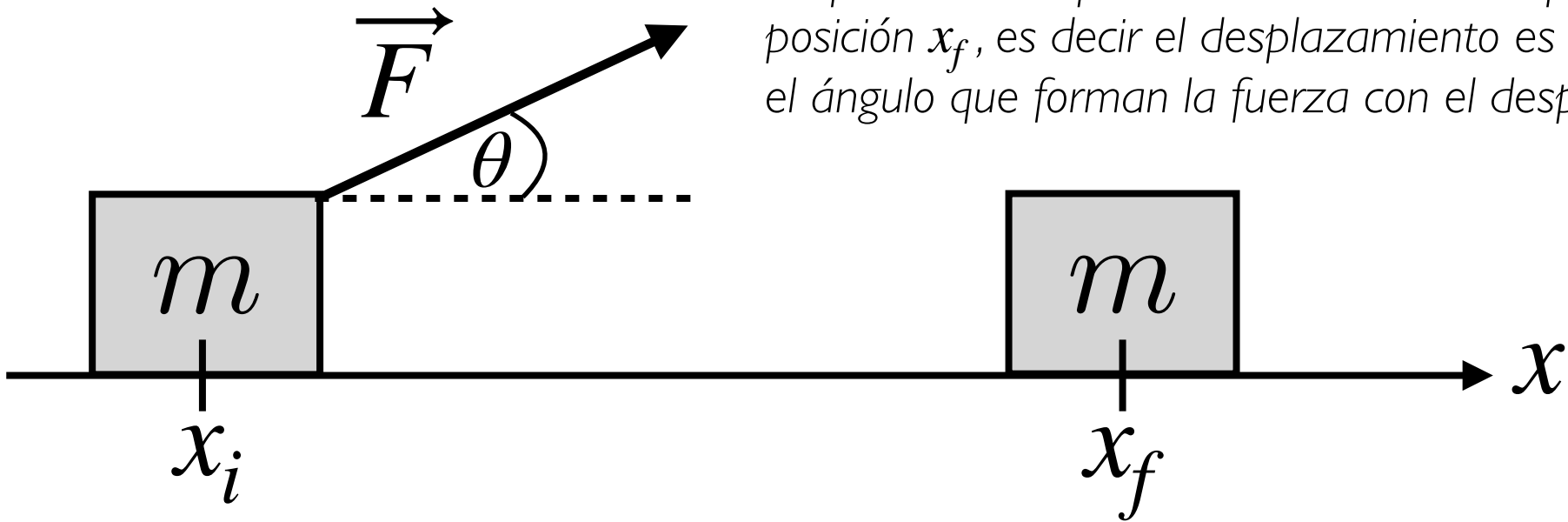
$$T = \left(\frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) g$$

Trabajo y energía

La **Energía** es una cantidad (escalar) física, que da cuenta de la capacidad que tiene un cuerpo o un sistema para poder realizar un **Trabajo Mecánico**. La Energía puede ser transferida y transformada. Es una cantidad conservada

Trabajo Mecánico

Consideremos la acción de una fuerza $\vec{F}$ (constante) la cuál desplaza al cuerpo de masa m desde la posición x_i hasta la posición x_f , es decir el desplazamiento es $\Delta\vec{x} = \vec{x}_f - \vec{x}_i$. θ es el ángulo que forman la fuerza con el desplazamiento

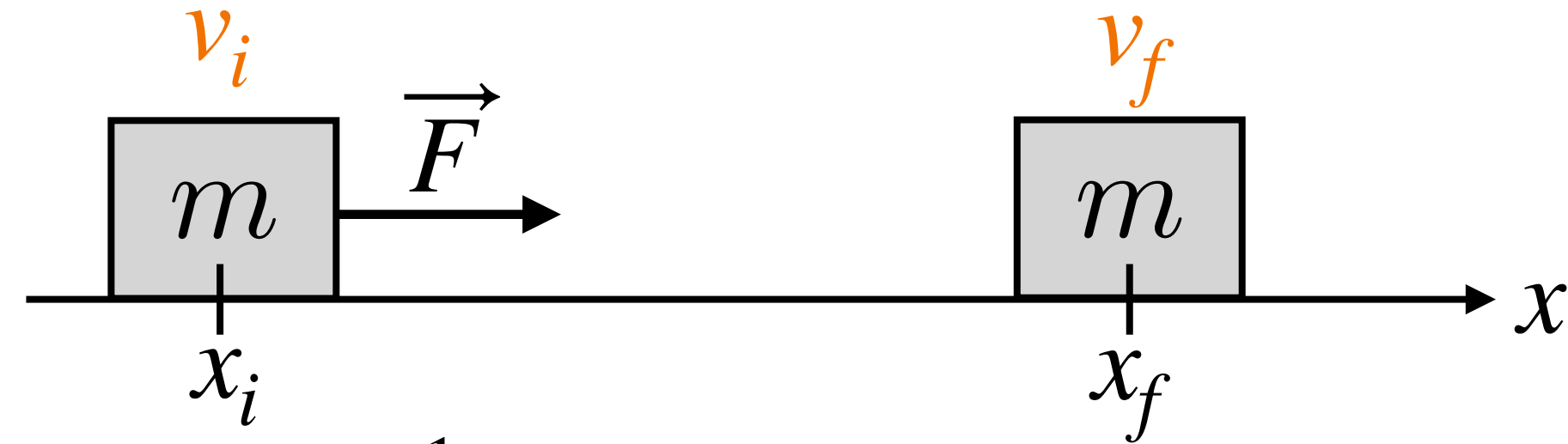


Se define el trabajo mecánico W a través del producto punto $\cdot$ entre la fuerza y el desplazamiento

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x} = |\vec{F}| |\Delta\vec{x}| \cos \theta$$

Es una medida de la transferencia de energía que la fuerza ejerce sobre un sistema. En el Sistema Internacional (SI), se mide en Joules (J). $1J = 1\text{ kg m}^2 / \text{s}^2$

Por simplicidad consideremos que la fuerza actúa de manera paralela al eje x , es decir $\vec{F} = F \hat{x}$, de manera que el trabajo en este caso será simplemente $W = F\Delta x$. Ahora incluyamos explícitamente el cambio en la **velocidad** del cuerpo producto de la acción de la fuerza



A partir de la Segunda Ley de Newton, sabemos que el cuerpo acelerará de acuerdo a $F = ma$. Por otra parte, a partir de las ecuaciones de la cinemática del MUA sabemos que $v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$. Si despejamos la aceleración de esta última ecuación $a = (v_f^2 - v_i^2) / \Delta x$, y la reemplazamos en la Segunda Ley, encontramos que $F\Delta x = m(v_f^2 - v_i^2) / 2$.

A la cantidad $\frac{1}{2}mv^2$ se le llama **Energía Cinética** y se denota por la letra K

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Siguiendo con el procedimiento anterior, encontramos que $F\Delta x = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$. Es decir $F\Delta x = K_f - K_i = \Delta K$. Pero el lado izquierdo de esta ecuación es el trabajo mecánico W

Teorema Trabajo-Energía

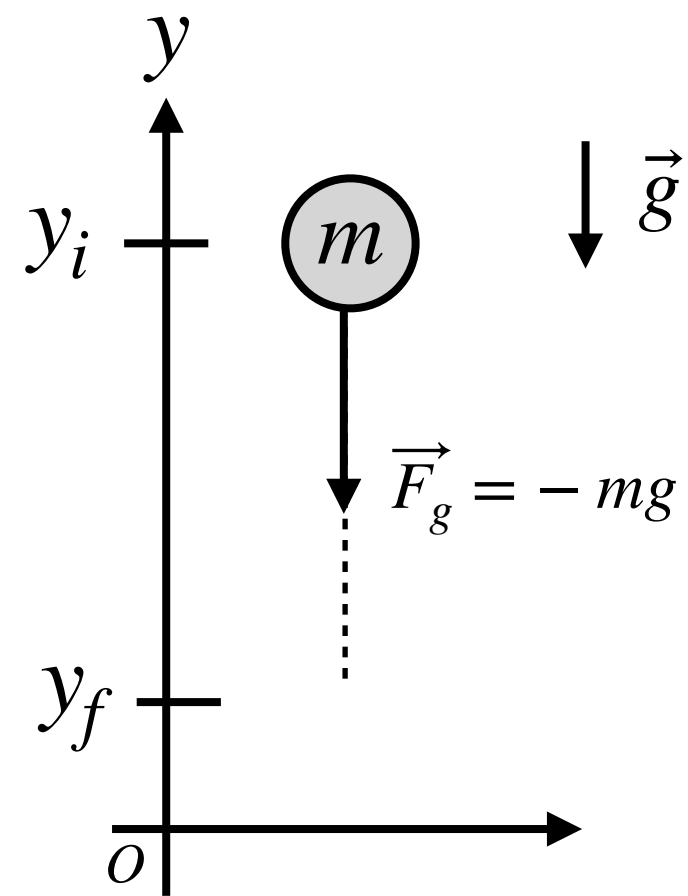
El Trabajo Mecánico realizado por la fuerza neta que actúa sobre un sistema, es igual al cambio en la Energía Cinética de este

$$W = \Delta K$$

Otras formas de Energía: Energía Potencial Gravitacional

La Energía Cinética que encontramos anteriormente se debe a la velocidad que tiene un cuerpo en movimiento. Un cuerpo en reposo en un campo gravitacional también tiene una energía almacenada con el *potencial* de transformarse en Energía Cinética. A esta energía se le llama **Energía Potencial Gravitatoria**.

Consideremos un cuerpo de masa m en caída libre debido a la acción de la fuerza de peso $\vec{F}_g$. Calculemos el trabajo realizado por esta fuerza entre dos puntos de la trayectoria y_i e y_f .



El trabajo realizado por el peso es

$$\begin{aligned} W &= \vec{F}_g \cdot \Delta \vec{y} \\ &= -mg(y_f - y_i) \end{aligned}$$

A la cantidad mgy se le llama **Energía Potencial Gravitacional** y se denota por la letra U

$$U = mgy$$

Re-escribiendo el trabajo en términos de U se encuentra que

$$\begin{aligned} W &= -(U_f - U_i) \\ W &= -\Delta U \end{aligned}$$

Anteriormente habíamos encontrado que además

$$W = \Delta K$$

Por consecuencia

$$\Delta K = -\Delta U$$

Si reordenamos la última expresión, encontramos que

$$\begin{aligned} K_f - K_i &= -(U_f - U_i) \\ K_i + U_i &= K_f + U_f \end{aligned}$$

A la combinación $K + U$ se le llama **Energía Mecánica** y se denota simplemente con la letra E

Es decir estamos encontrando que $E_i = E_f \implies E_f - E_i = 0$, que dicho de otro modo es

$$\Delta E = 0$$

Esto se conoce como la conservación de la Energía Mecánica en un **sistema aislado**

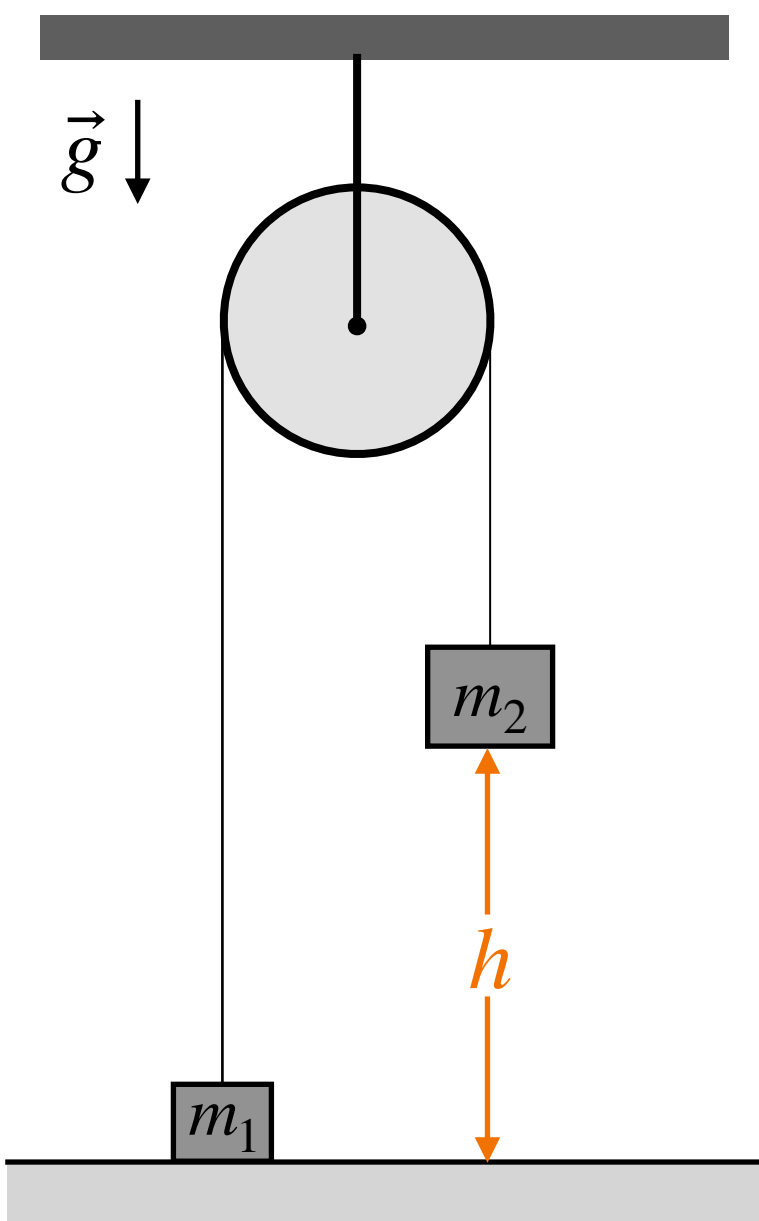
Si escribimos explícitamente esta expresión en término de la posición y las velocidades encontramos que

Aquí podemos ver como la energía potencial se transforma en energía cinética (y vice versa). Esta transformación se balancea adecuadamente de manera que la energía mecánica se conserve.

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f$$

En el caso de la partícula en caída libre, el sistema se encuentra **aislado** de la presencia de **fuerzas externas**. Si tales fuerzas externas aparecen, entonces la conservación de la energía mecánica debe incluir el efecto del trabajo efectuado por dichas fuerzas W_{ext} . En ese caso, la conservación de la energía mecánica se modifica de acuerdo a $\Delta K + \Delta U = W_{\text{ext}}$

Ejemplo: conservación de la energía mecánica



Consideremos nuevamente la Máquina de Atwood, pero esta vez el bloque de masa m_1 reposa sobre una superficie. Al igual que antes $m_2 > m_1$ de manera que el bloque de masa m_2 recorre una distancia h hasta que alcanza la superficie. Cuando este último haya llegado a la superficie, el bloque de masa m_1 se encontrará a la altura h . Sin embargo seguirá subiendo un poco más. Utilizando la conservación de la energía, nos interesa encontrar:

- La velocidad del bloque de masa m_2 cuando el bloque de masa m_1 haya alcanzado la superficie.
- La altura máxima (o la diferencia de altura) que alcanza el bloque de masa m_2 .

Si el sistema parte del reposo, podemos notar que solo la energía potencial gravitacional de m_2 contribuye a la energía mecánica inicial del sistema $\Rightarrow E_i = m_2gh$.

Cuando el bloque m_2 haya alcanzado la superficie con alguna velocidad v , toda su energía potencial se habrá transferido al resto del sistema; como energía cinética para él, y para m_2 tanto en energía cinética como también energía potencial, es decir $E_f = \frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_2v^2 + m_1gh$. Note que como las masas están conectadas, su velocidad es la misma (al menos hasta que m_2 impacta con la superficie). Solo basta aplicar la conservación de la energía para poder encontrar v .

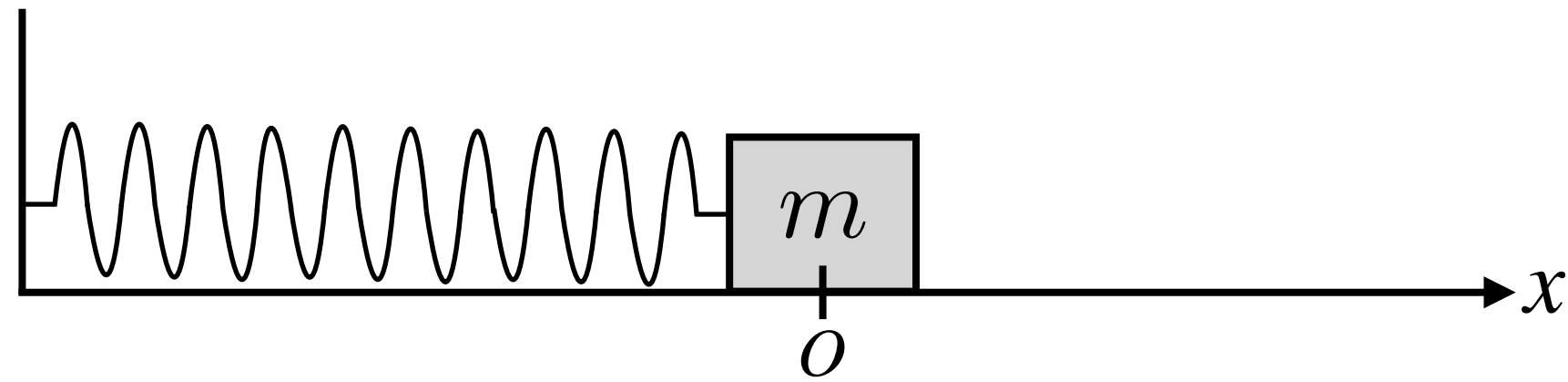
$$E_i = E_f \Rightarrow m_2gh = \frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_2v^2 + m_1gh. \text{ Reordenando esta expresión, podemos encontrar que } v = \sqrt{2gh \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)}$$

Para encontrar la altura máxima $h_{\max}$ que alcanza m_1 , notamos que cuando se encuentra a la altura h tiene la velocidad que encontramos anteriormente y luego de esto se comportará como un objeto en lanzamiento vertical e irá perdiendo esta velocidad hasta que alcance $h_{\max}$ con velocidad igual a cero. Esta situación términos de la conservación de la energía mecánica se puede escribir como $\frac{1}{2}m_2v^2 + m_2gh = m_2gh_{\max}$, de donde podemos encontrar $\frac{v^2}{2} = g(h_{\max} - h) = g\Delta h \Rightarrow \Delta h = \frac{v^2}{2g}$, en donde si reemplazamos la velocidad que encontramos anteriormente, encontramos que

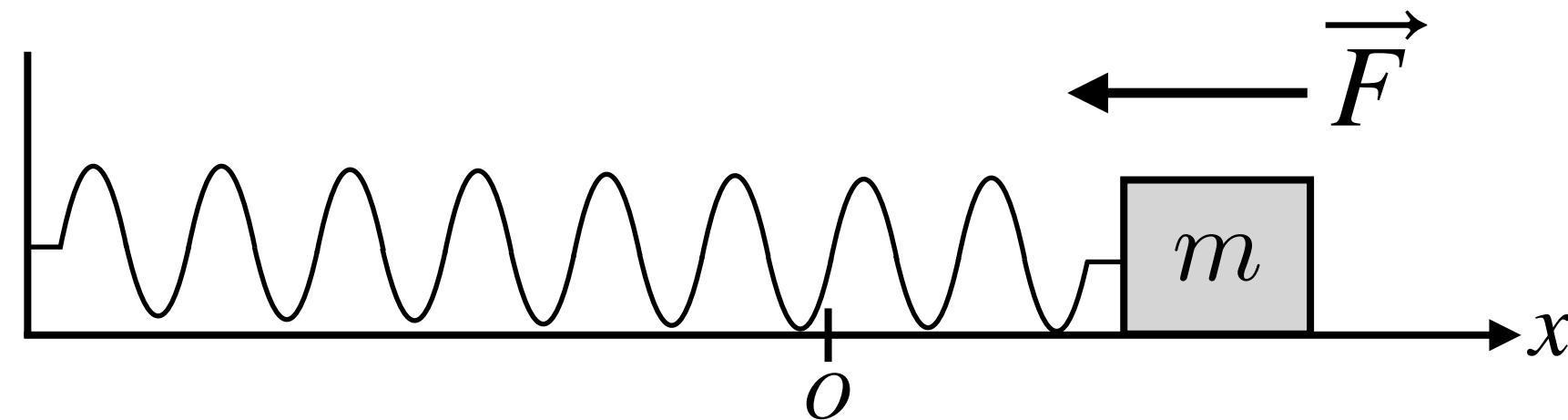
$$\Delta h = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}h \quad \text{o que} \quad h_{\max} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}h$$

Fuerza Elástica

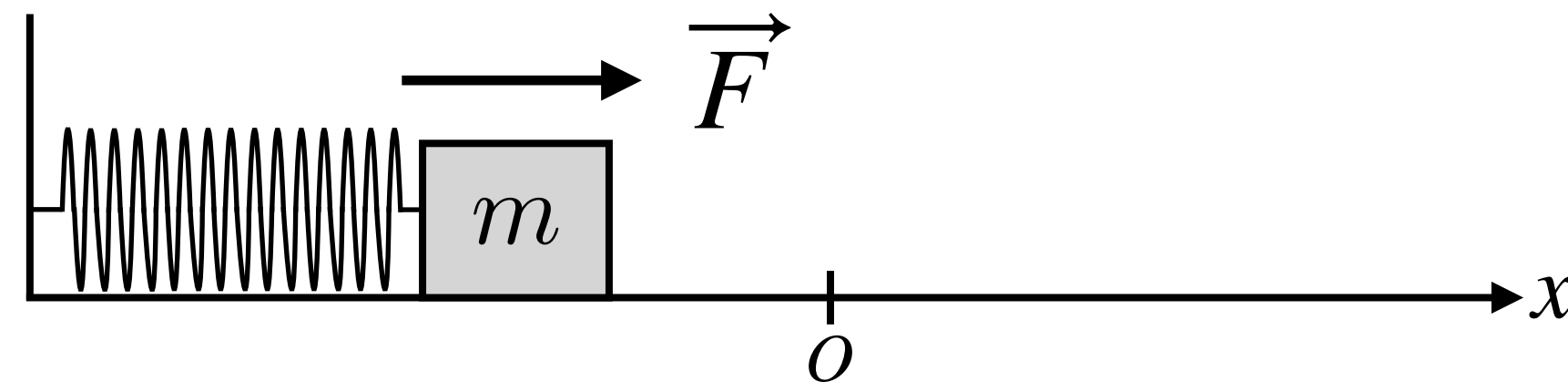
Un ejemplo de una fuerza no constante, pero conservativa, es la que podemos encontrar en un resorte



Cuando el resorte se encuentra en su posición natural, el cuerpo de masa m no siente ninguna fuerza en el eje x , $\vec{F} = 0$

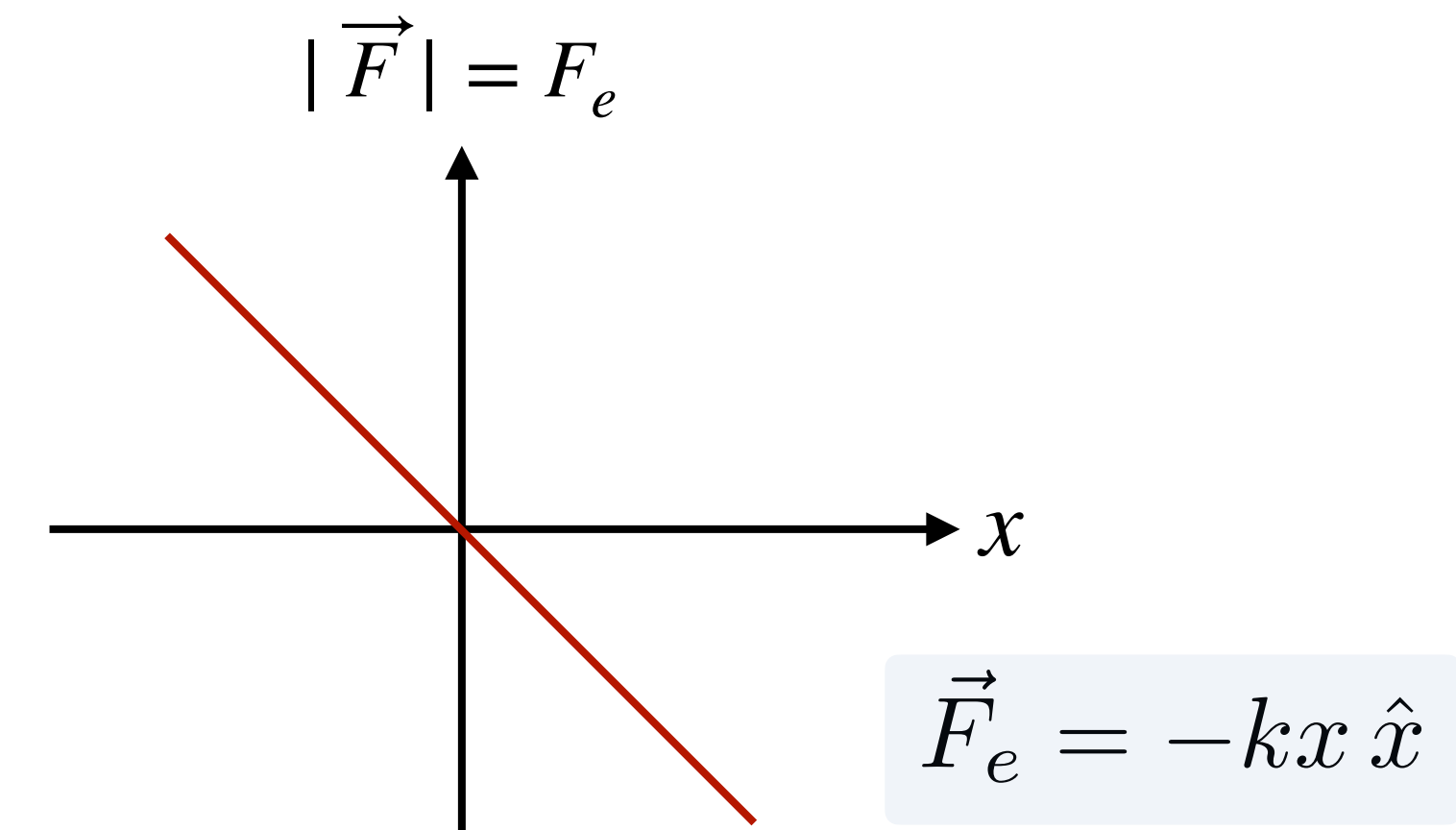


Cuando el resorte se estira, este quiere volver a su posición natural, de manera que ahora el cuerpo de masa m siente ninguna fuerza en la dirección negativa del eje x , $\vec{F} = -F \hat{x}$



Cuando el resorte se comprime, al querer nuevamente volver a su posición natural, este hace que el cuerpo de masa m siente ninguna fuerza en la dirección positiva del eje x , $\vec{F} = F \hat{x}$

El comportamiento de la fuerza que ejerce el resorte se puede resumir en el siguiente gráfico



$\vec{F}_e$ se conoce como la fuerza elástica y a la constante k se le dice la constante elástica o constante del resorte. El comportamiento del gráfico se conoce como la **Ley de Hooke**.

Si calculamos el trabajo efectuado por el resorte entre dos puntos x_i y x_f se encuentra que

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_e dx = \int_{x_i}^{x_f} -kx dx = -k \frac{x^2}{2} \Big|_{x_i}^{x_f} = - \left(\frac{kx_f^2}{2} - \frac{kx_i^2}{2} \right) = -\Delta U_e$$

En donde hemos definido la Energía Potencial Elástica U_e como

$$U_e = \frac{1}{2} kx^2$$



FACULTAD DE FÍSICA
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

Física - FIS109K

Mecánica de Fluidos

Profesor: Rafael Bravo

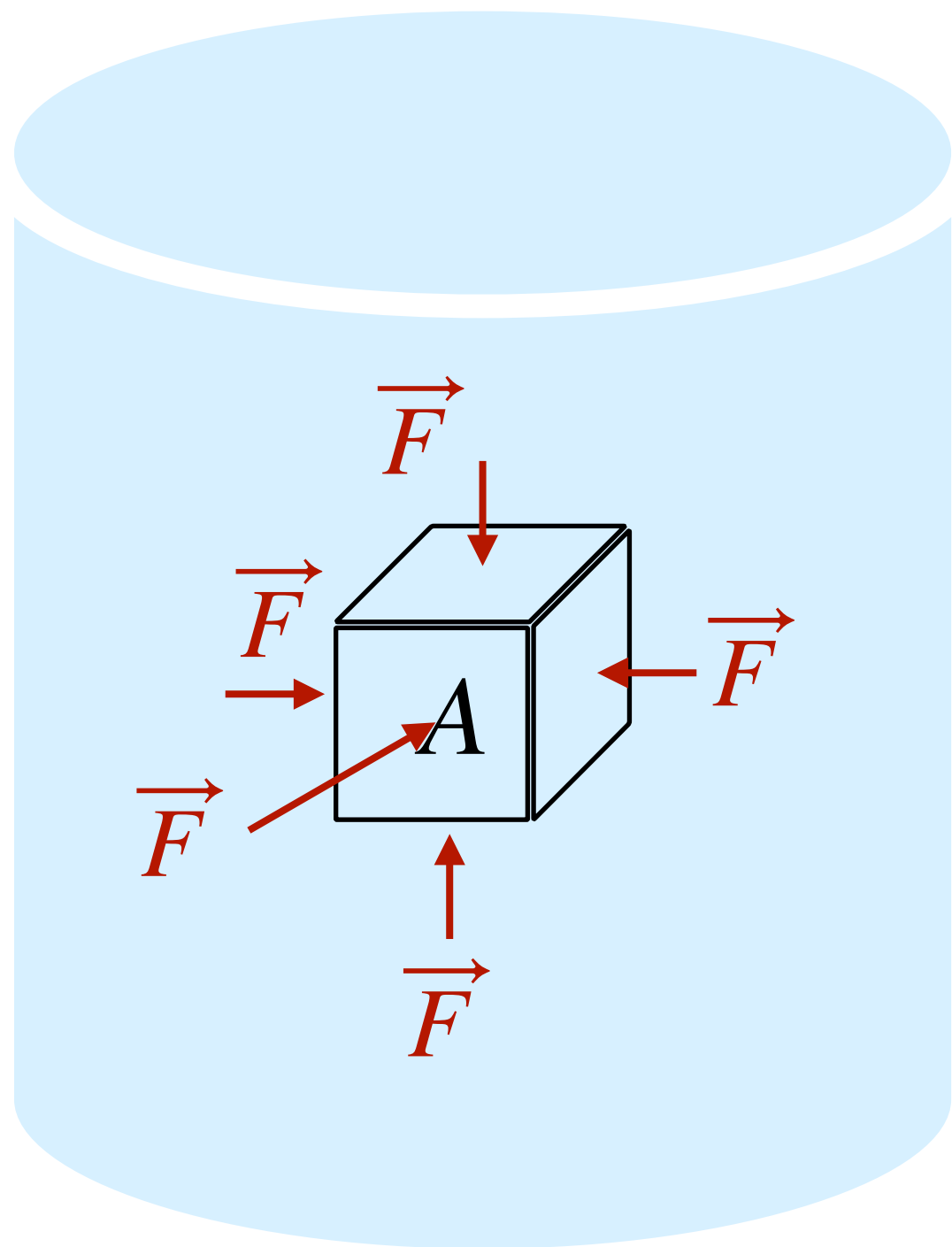
rafael.bravo@uc.cl

Presión y densidad

Fluido

- Sistema de partículas deformable (distancias internas entre las partículas que lo constituyen puede cambiar)
- No son capaces de resistir fuerzas de corte o de arrastre
- Adoptan la forma del recipiente que los contiene

Cuando un objeto se sumerge en un fluido estático, este último tiende a comprimir al objeto desde todos sus lados



Si $F = |\vec{F}|$ es la magnitud de la fuerza ejercida por el fluido sobre el cuerpo y A es el área de una de sus caras, a la razón entre estas cantidades se la llama **Presión**

$$P = \frac{F}{A}$$

En el Sistema Internacional (SI) la Presión se mide en Pascales (Pa), $1Pa = 1N/m^2$

Mientras más masa de fluido haya sobre el objeto, mayor será la presión. La masa del fluido aumenta con la profundidad. Por lo tanto existe una relación entre la presión y la profundidad

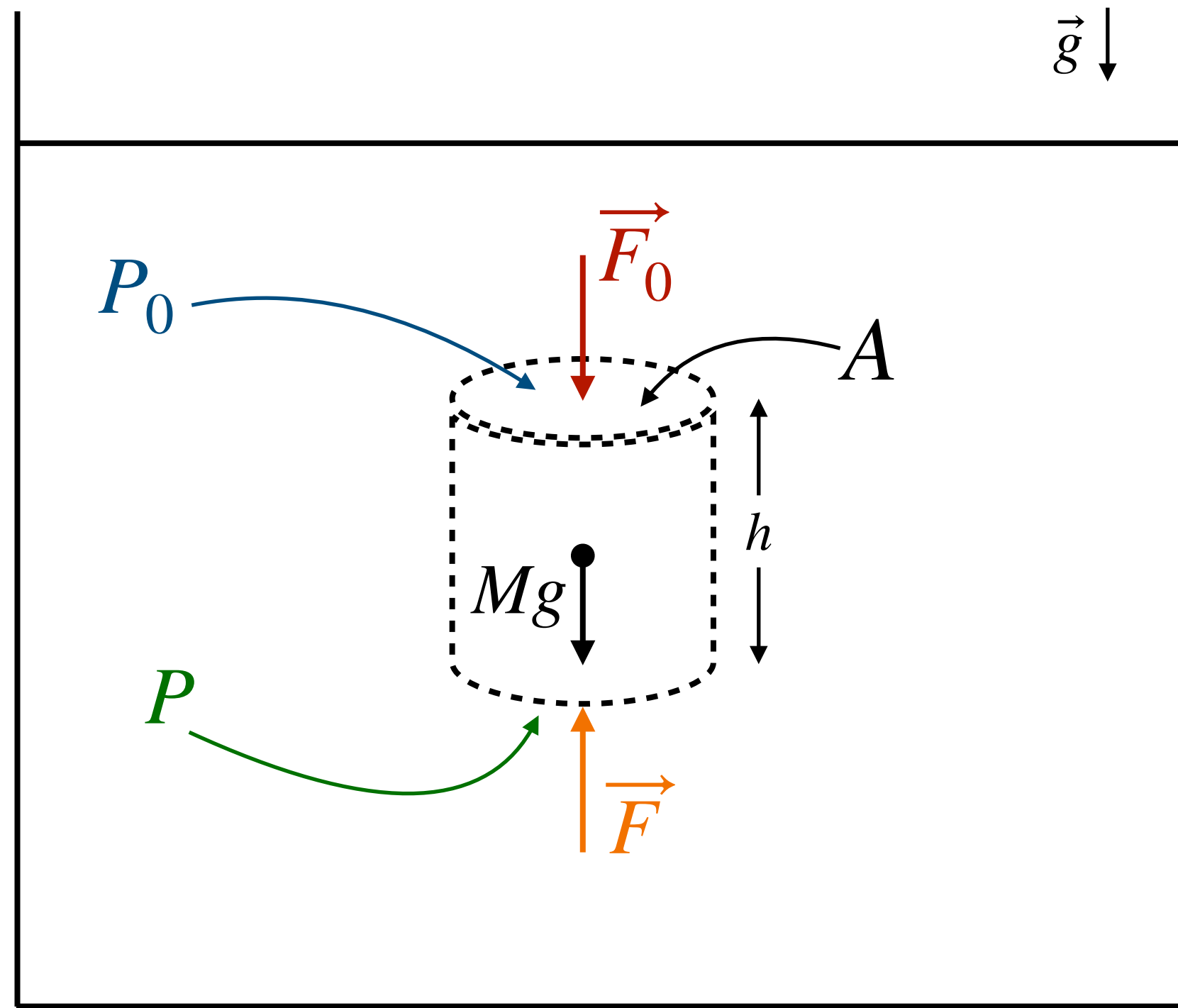
Una propiedad y cantidad importante de cualquier material, en especial los fluidos, es su densidad (volumétrica) ρ . En el SI se mide en kg/m^3

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Si la densidad es constante y uniforme en todo el fluido, se dirá que el **fluido es incompresible**

Variación de la presión con la profundidad

Consideremos la siguiente situación



- Un cilindro imaginario de altura h y sección transversal A se encuentra sumergido a cierta profundidad en un fluido
- El fluido ejerce presión sobre todos los puntos de este cilindro. P_0 en la cara superior y P en su cara inferior.
- Las respectivas fuerzas son $F = PA$ y $F_0 = P_0A$. Si tomamos en consideración que el cilindro contiene una sección de fluido con masa M , entonces también podemos identificar la fuerza de peso asociada a esta masa $F_g = Mg$.
- Si el fluido es incompresible $\implies \rho = \text{const.} = M/V \implies M = \rho V$, en donde $V = Ah$.
- Si el fluido es estático, entonces el sistema está en equilibrio $\implies \sum \vec{F} = 0$

$$\begin{aligned}\sum F_y &= PA - P_0A - Mg = 0 \\ \implies PA - P_0A - \rho ghA &= 0\end{aligned}$$

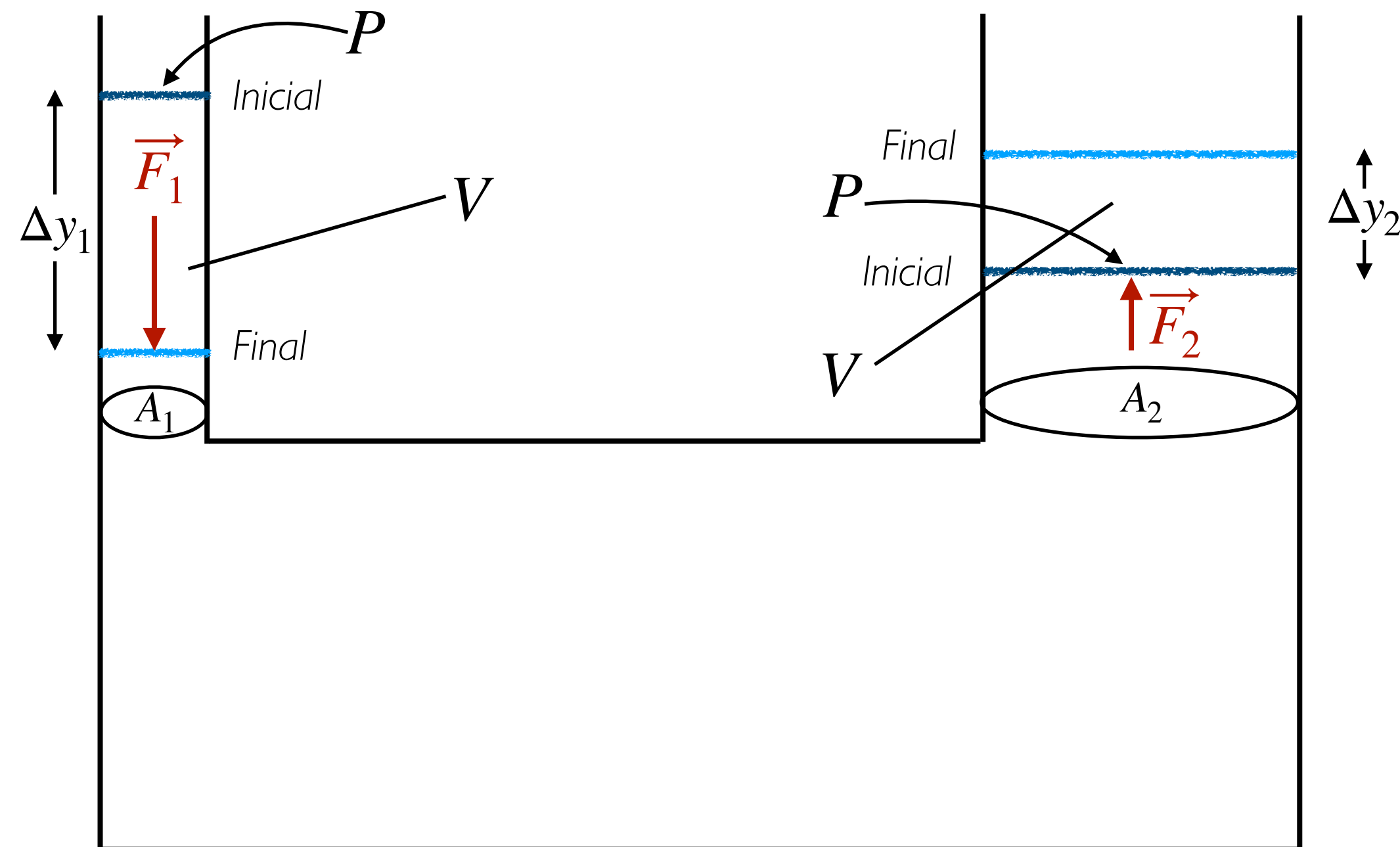
$$P = P_0 + \rho gh$$

La presión P a una profundidad h bajo la superficie del fluido, en donde la presión es P_0 , es mayor en una cantidad ρgh . La presión es la misma en todos los puntos que se encuentren a la misma profundidad. P_0 suele ser la **Presión Atmosférica**.
 $P_0 = 1 \text{ atm} \approx 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$

Cualquier aumento en la presión en la superficie del fluido debe transmitirse a todo otro punto en el fluido, incluidas las paredes del recipiente que lo contiene. Esto se conoce como el **Principio de Pascal**

Aplicación del Principio de Pascal

Cualquier cambio en la presión aplicada a un fluido se transmite sin disminución a todos los puntos del fluido y por lo tanto a la superficie del contenedor



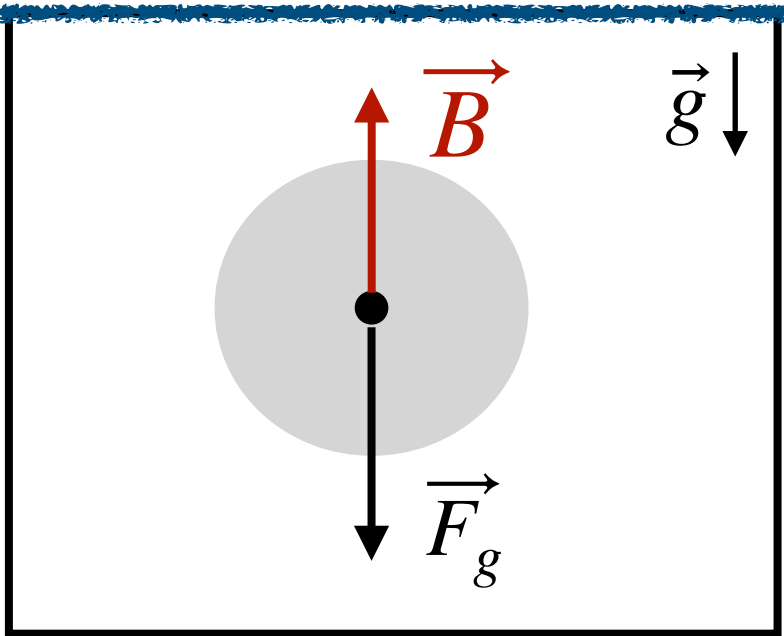
- La presión debe ser la misma en ambos lados $P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$
- La masa de fluido desplazado en ambos lados también debe ser la misma, si el fluido es ideal, entonces el volumen V de fluido desplazado es el mismo

$$V = A_1 \Delta y_1 = A_2 \Delta y_2 \implies \frac{A_1}{A_2} = \frac{\Delta y_2}{\Delta y_1}$$

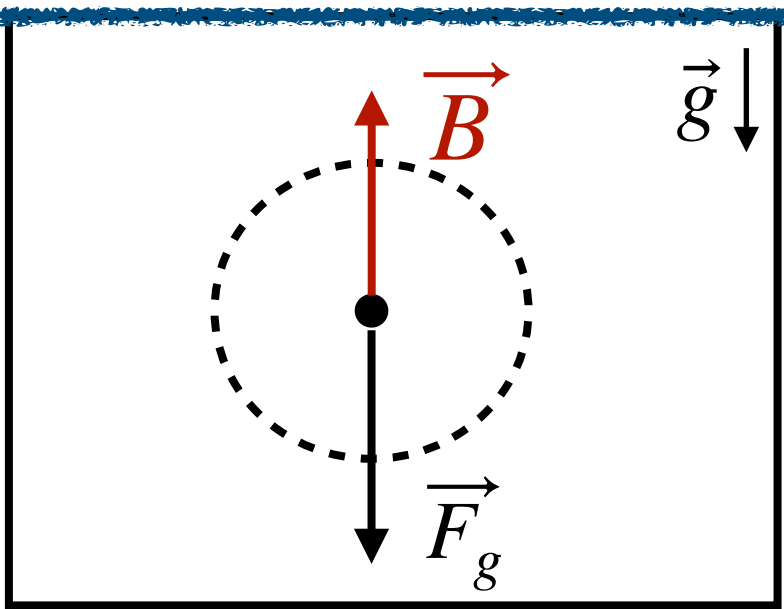
$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{\Delta y_2}{\Delta y_1} \implies F_1 \Delta y_1 = F_2 \Delta y_2 \quad \text{Trabajo Mecánico}$$

El trabajo mecánico realizado por la fuerza F_1 sobre el pistón de entrada, es igual al trabajo realizado por la fuerza F_2 sobre el pistón de salida. Esto es una consecuencia de la conservación de la energía

Empuje



Cuando un objeto se sumerge en un fluido, la fuerza $\vec{B}$ que el fluido ejerce sobre el objeto sumergido se le llama **fuerza de empuje**, de flotación o boyante. La existencia de esta fuerza explica por qué flotan los barcos



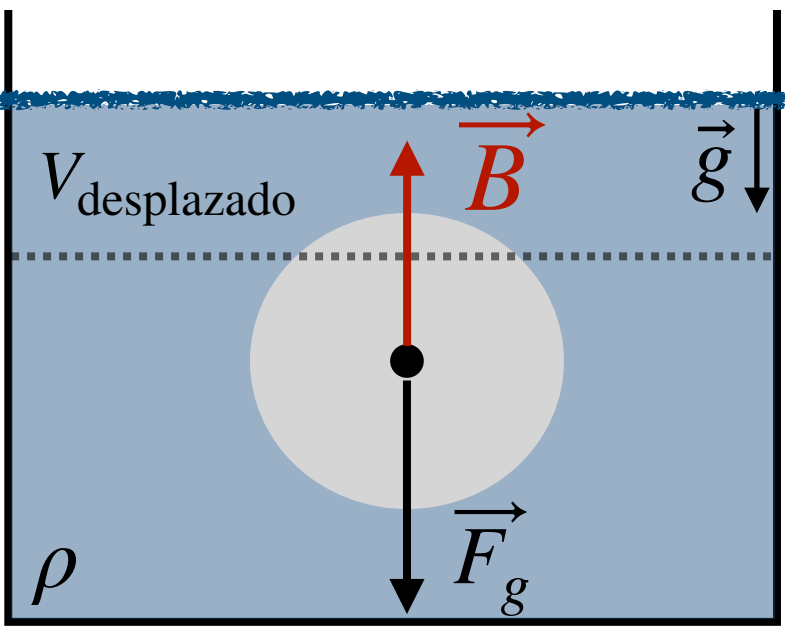
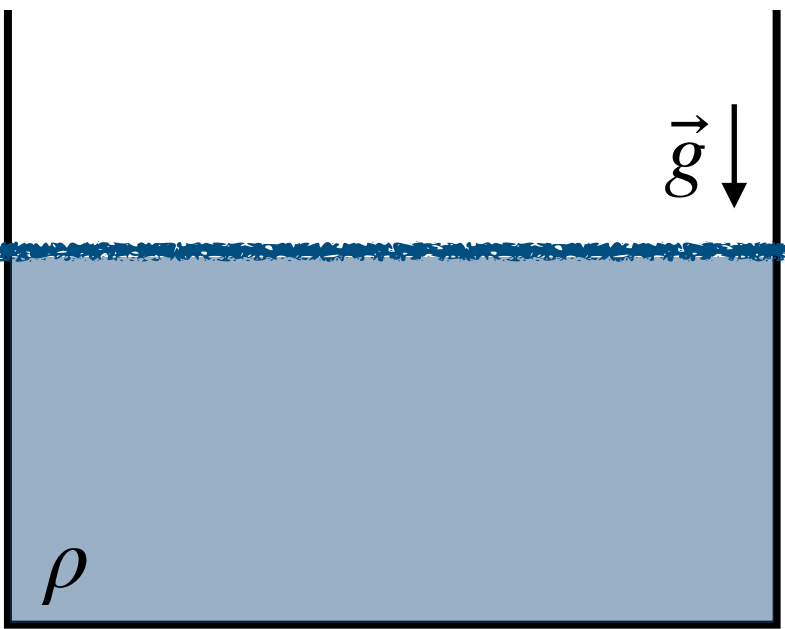
Consideremos un volumen de prueba (imaginario)

En equilibrio $\implies \vec{B} + \vec{F}_g = 0$

Si ponemos un cuerpo del mismo volumen, la fuerza debe ser la misma

Principio de Arquímedes

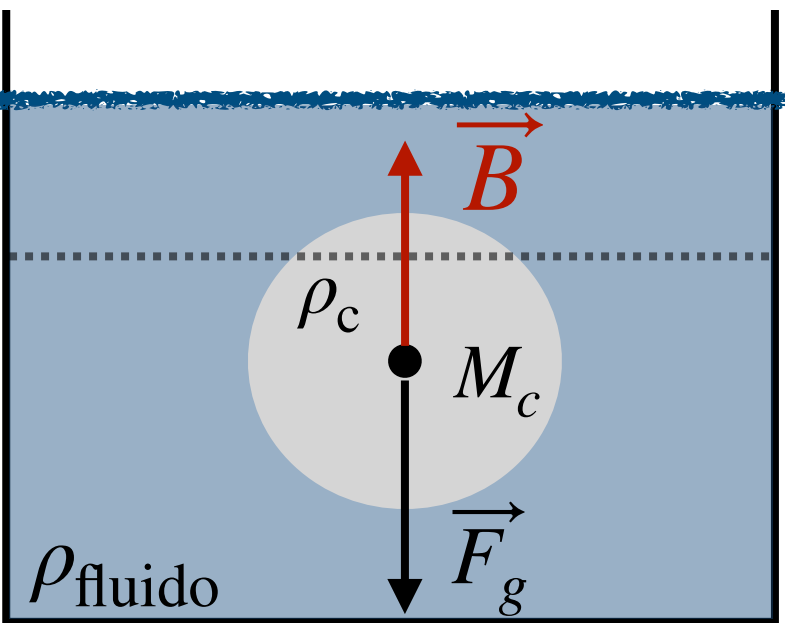
La fuerza de empuje sobre un cuerpo, es siempre igual al peso del fluido desplazado por el cuerpo



$$\vec{B} = \rho g V_{\text{desplazado}}$$

Cuerpo totalmente sumergido

$$V_{\text{desplazado}} = V_{\text{cuerpo}}$$

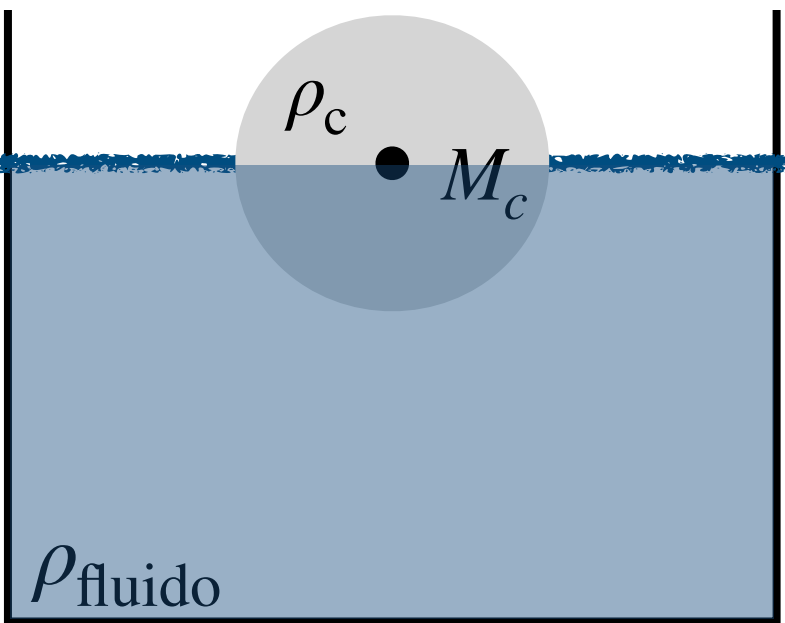


La fuerza neta sobre el cuerpo es $\sum F = B - F_g = M_c a$

- $\rho_{\text{fluido}} > \rho_c \implies B > F_g$: El cuerpo acelera hacia arriba
- $\rho_{\text{fluido}} < \rho_c \implies B < F_g$: El cuerpo acelera hacia abajo
- $\rho_{\text{fluido}} = \rho_c \implies B = F_g$: El cuerpo permanece en equilibrio

Cuerpo parcialmente sumergido

$$V_{\text{desplazado}} \neq V_{\text{cuerpo}}$$



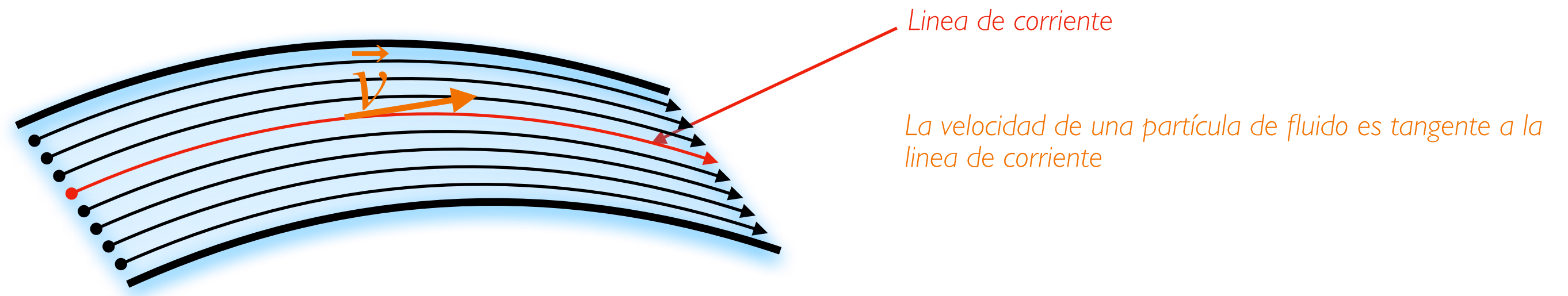
El cuerpo se encuentra en equilibrio $B = F_g$ pero como flota $\rho_c < \rho_{\text{fluido}}$

$$\frac{V_{\text{desplazado}}}{V_{\text{cuerpo}}} = \frac{\rho_c}{\rho_{\text{fluido}}}$$

Fluidos en movimiento

Una descripción realista es un fenómeno de alta complejidad. Consideraremos el movimiento de **fluidos ideales**

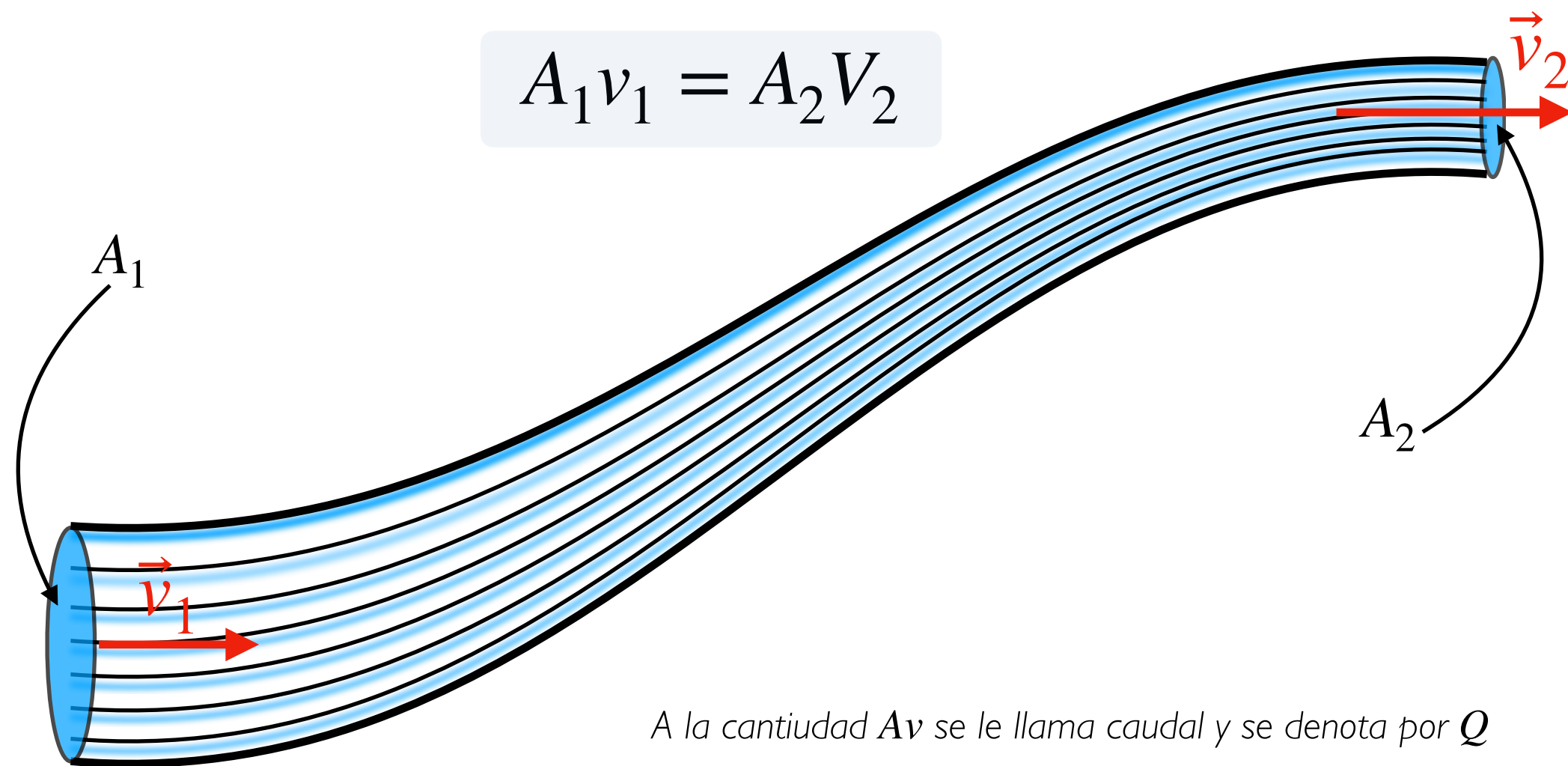
- ▶ Incompresible (su densidad no cambia)
- ▶ No viscoso (no tiene fricción interna)
- ▶ Irrotacional
- ▶ El flujo es laminar: las líneas de corriente nunca se cruzan



Ecuación de continuidad

El fluido al ser incompresible, la masa de fluido desplazada durante instantes de tiempo iguales es la misma. El flujo volumétrico es constante a lo largo de la tubería

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$



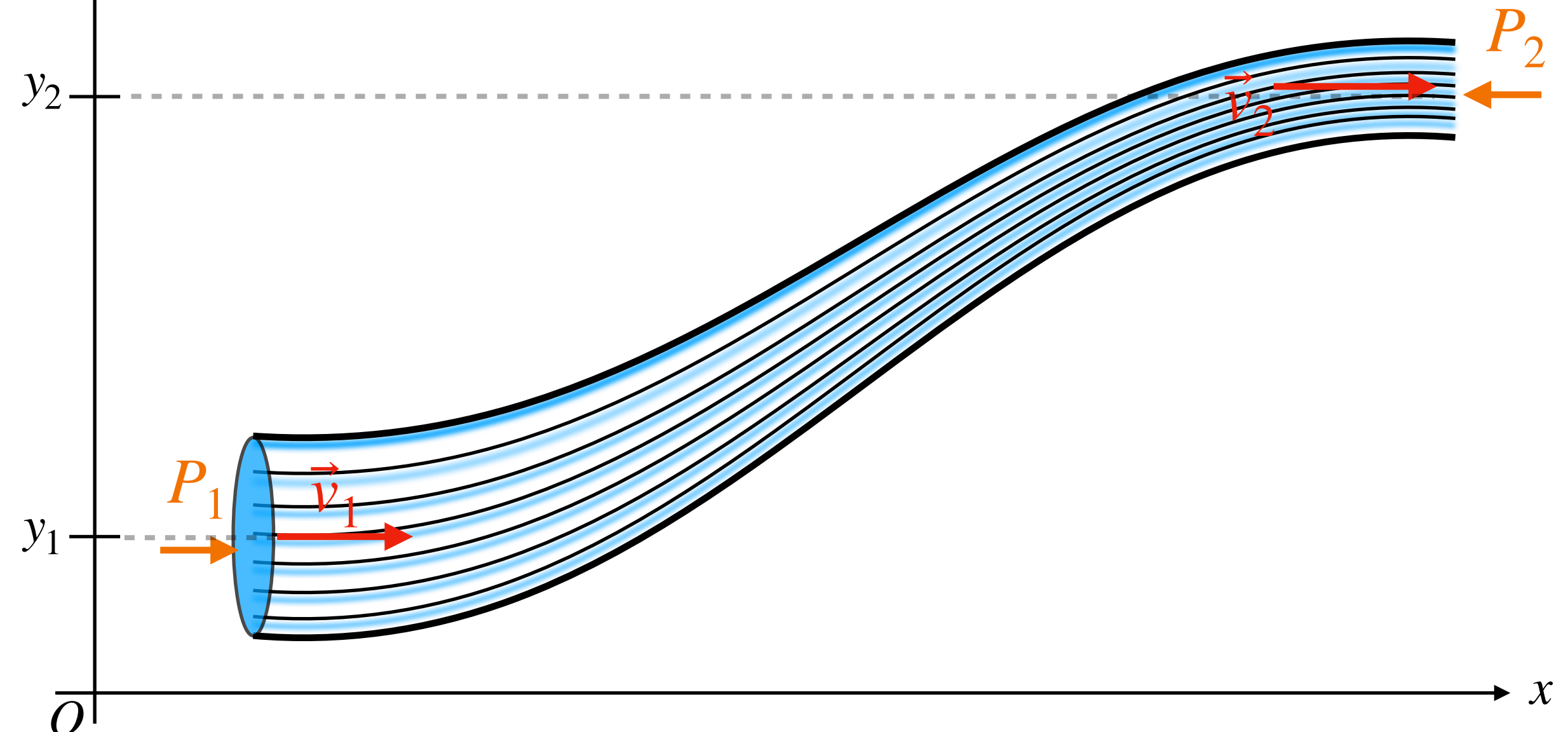
A la cantidad Av se le llama caudal y se denota por Q

$$Q = Av = \text{constante}$$

Ecuación de Bernoulli

Los cambios en la presión de un fluido en movimiento se deben a cambios en su velocidad como también en su altura

$$P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$





FACULTAD DE FÍSICA
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

Física - FIS109K

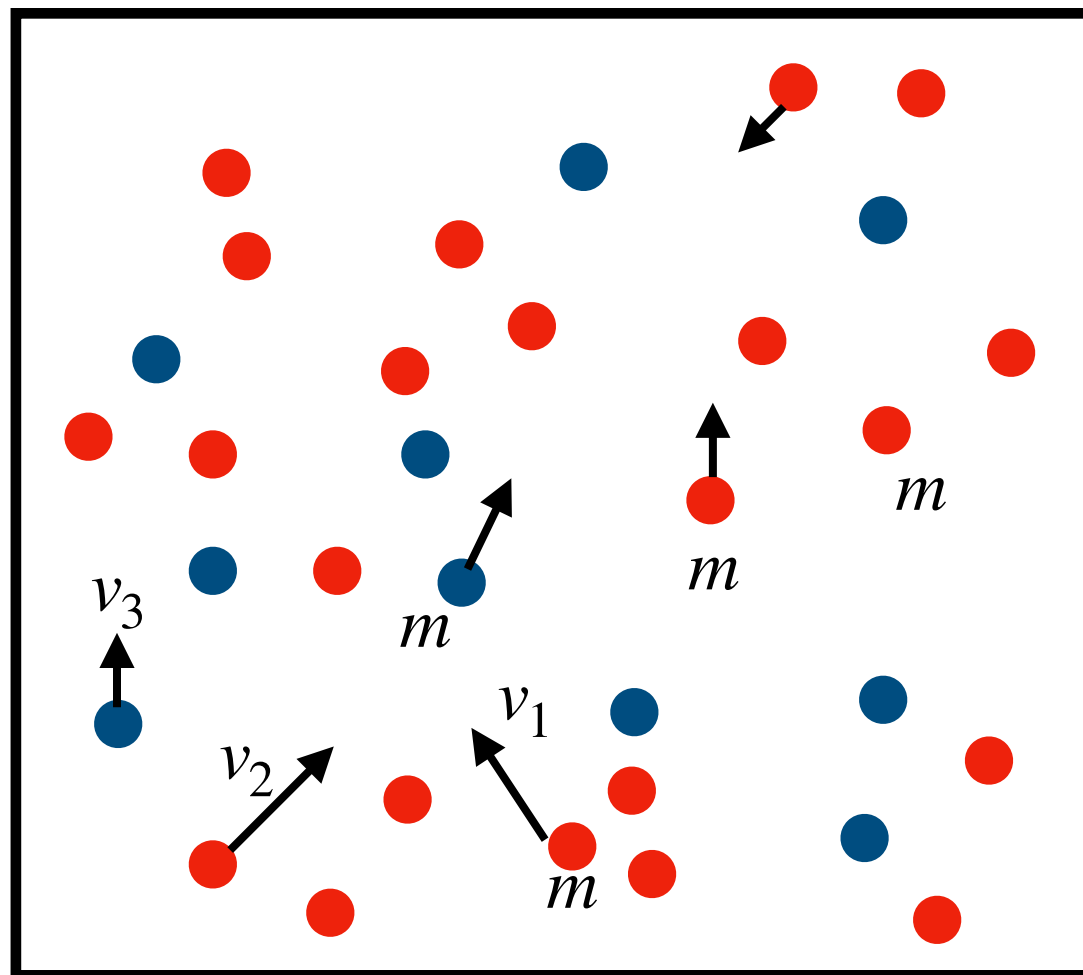
Termodinámica

Profesor: Rafael Bravo

rafael.bravo@uc.cl

Termodinámica

- La Termodinámica es la rama de la física que describe *macroscópicamente* fenómenos colectivos ocurriendo a nivel *microscópico*
- Estudia el calor, la temperatura, el trabajo y su relación con la energía, la radiación y las propiedades físicas de la materia tales como los cambios de fase.



El color indica diferentes velocidades, las partículas en color rojo se mueven más rápido que las de color azul

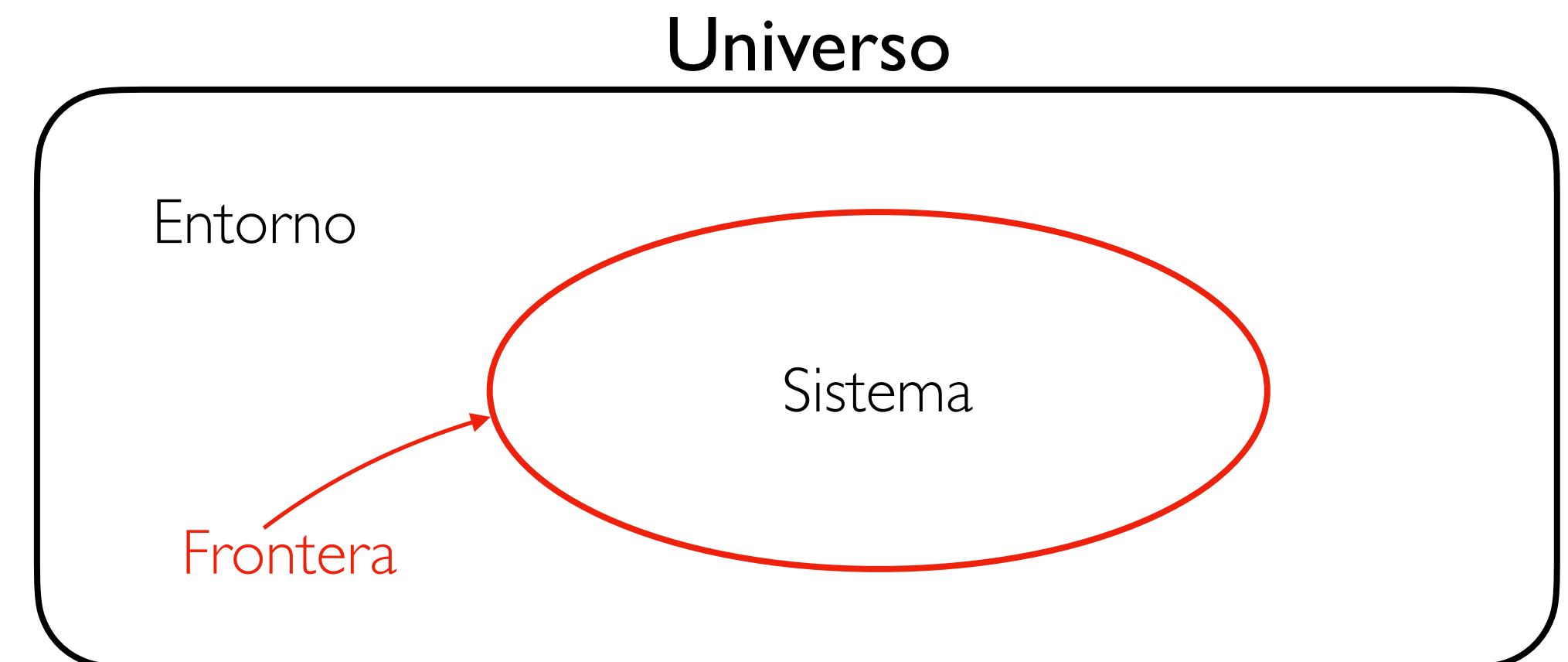
En un gas, típicamente hay del orden de $N_A = 6,02 \times 10^{23}$ (número de Avogadro) constituyentes *microscópicos*. Cada uno de estos constituyentes se puede mover con cierta velocidad y por lo tanto tiene una energía cinética. En la práctica resulta imposible escribir una ecuación de Newton para cada una de las partículas, es por esto que hacemos una descripción *macroscópica*. Una cantidad *macroscópica* que nos da cuenta de la energía cinética promedio del **sistema** es la **temperatura**.

Temperatura

- Medida de la actividad molecular (Energía interna)
- Medida de la energía cinética promedio asociada al movimiento de átomos y moléculas
- Mientras mayor sea la energía cinética promedio, mayor será la temperatura del **sistema**

Un **sistema** es una porción del Universo. Puede ser una partícula, un conjunto de partículas, una región del espacio que puede variar en forma y tamaño. En general existen tres tipos de sistemas

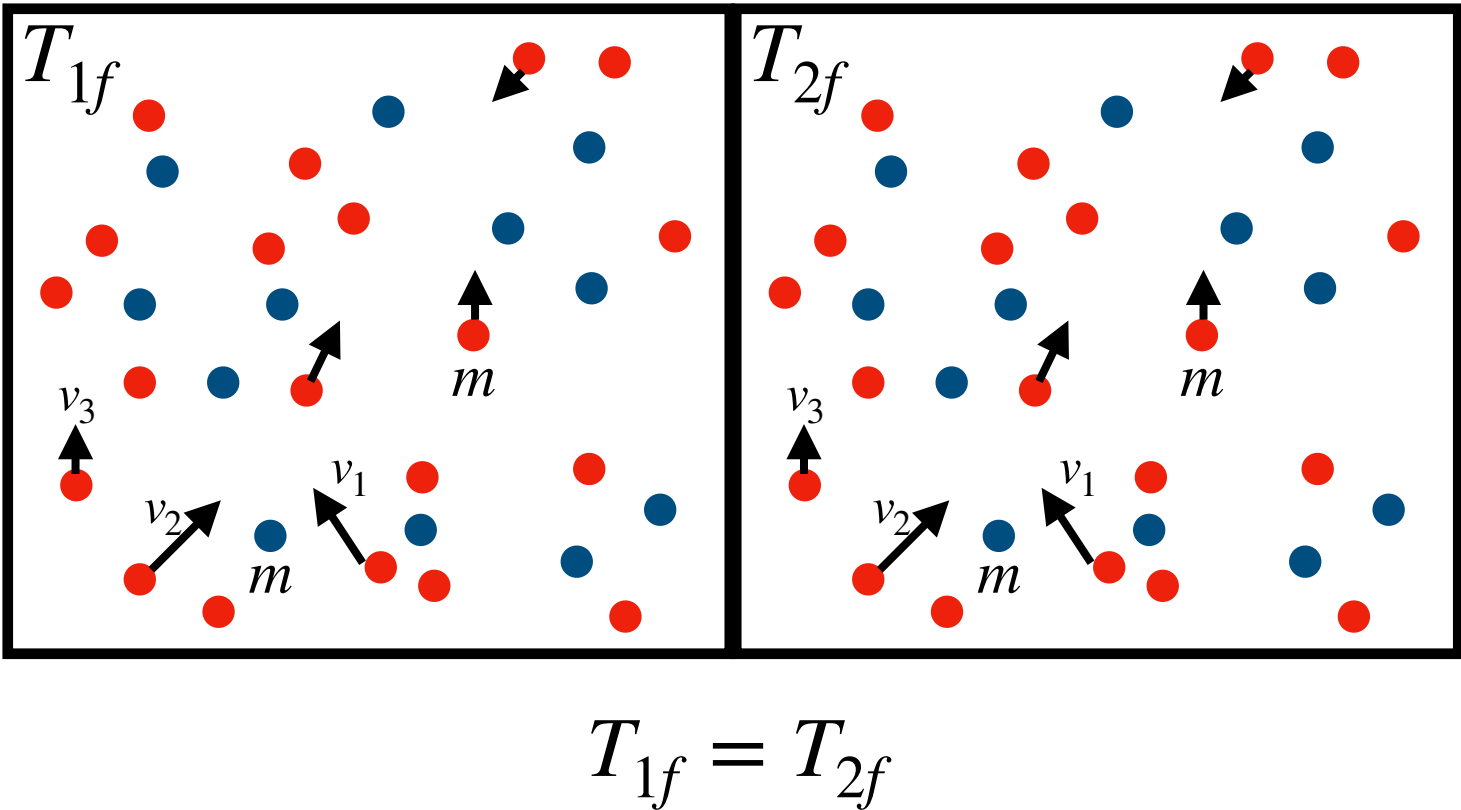
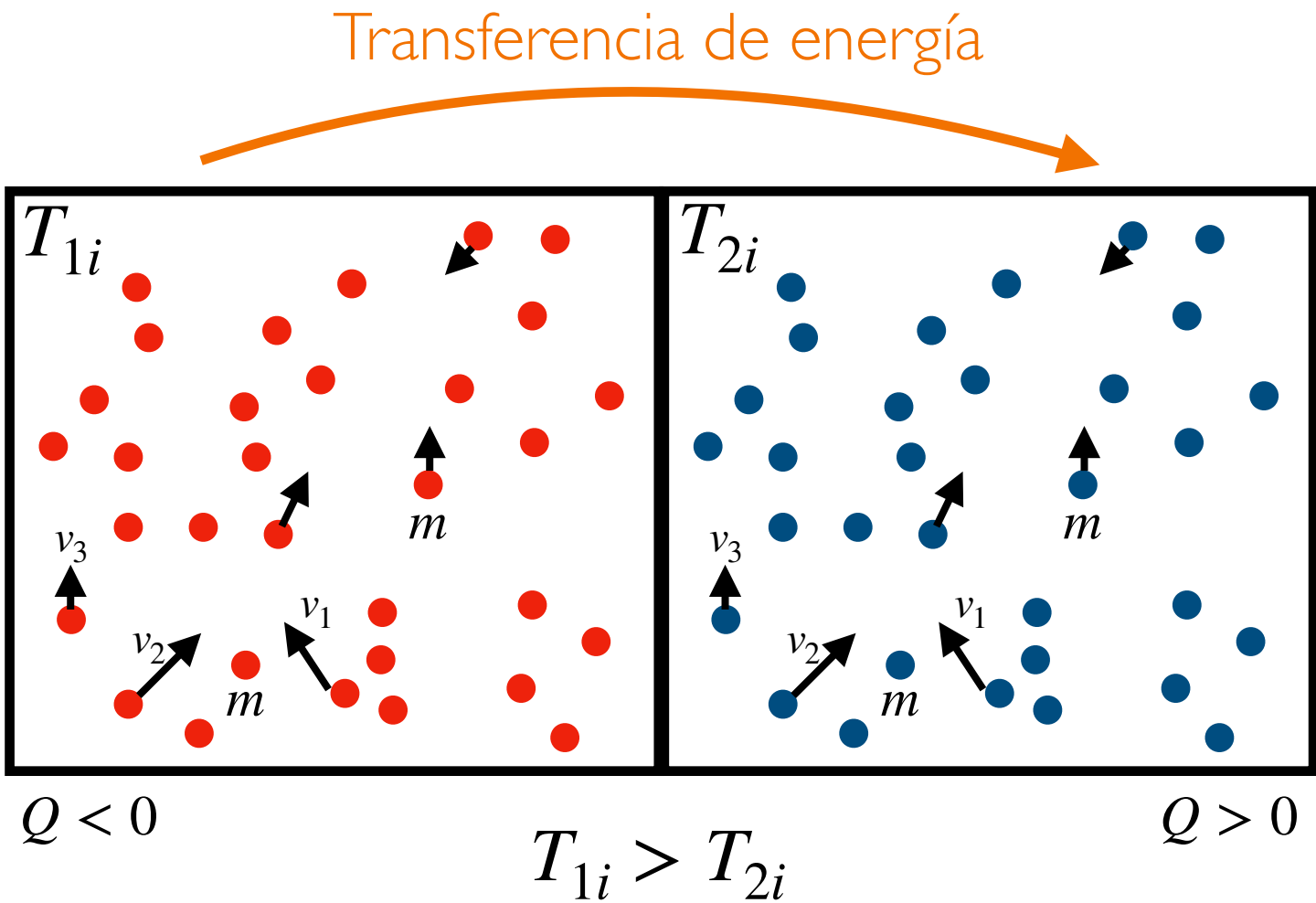
- Abierto: Hay intercambio de energía y materia con el entorno
- Cerrado: Hay intercambio de energía pero no de materia con el entorno
- Aislado: No hay intercambio de energía ni de materia con el entorno



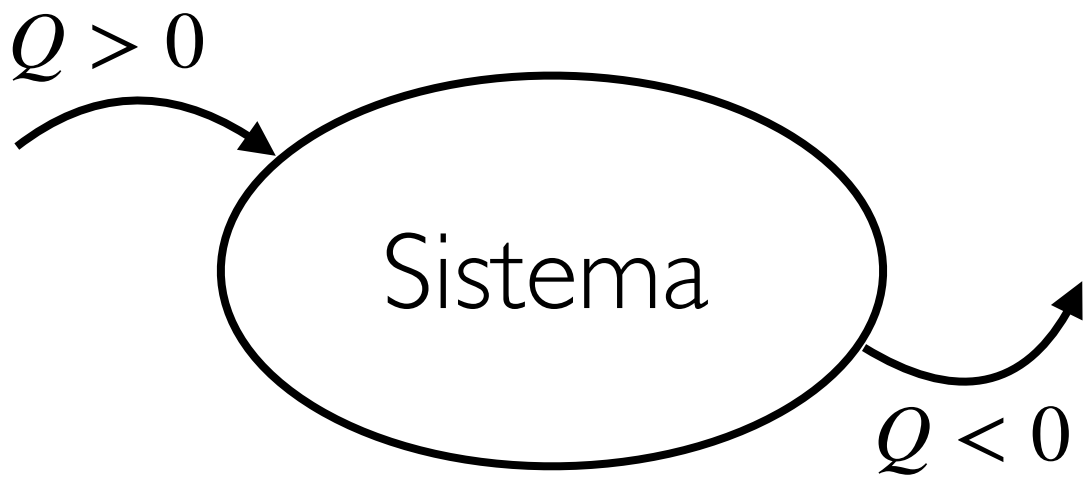
Equilibrio termodinámico

Dos sistemas a diferentes temperaturas iniciales T_{1i} y T_{2i} llegan a una temperatura intermedia cuando se ponen en contacto mutuo. El sistema con mayor temperatura transfiere energía al de menor temperatura.

Calor (Q) : Energía en tránsito que cruza la frontera de un sistema



Cuando ya no hay transferencia de energía y los sistemas tienen la misma temperatura final $T_{1f} = T_{2f}$, entonces se dice que los sistemas alcanzaron el **equilibrio termodinámico** o **equilibrio térmico**



Ley Cero de la Termodinámica

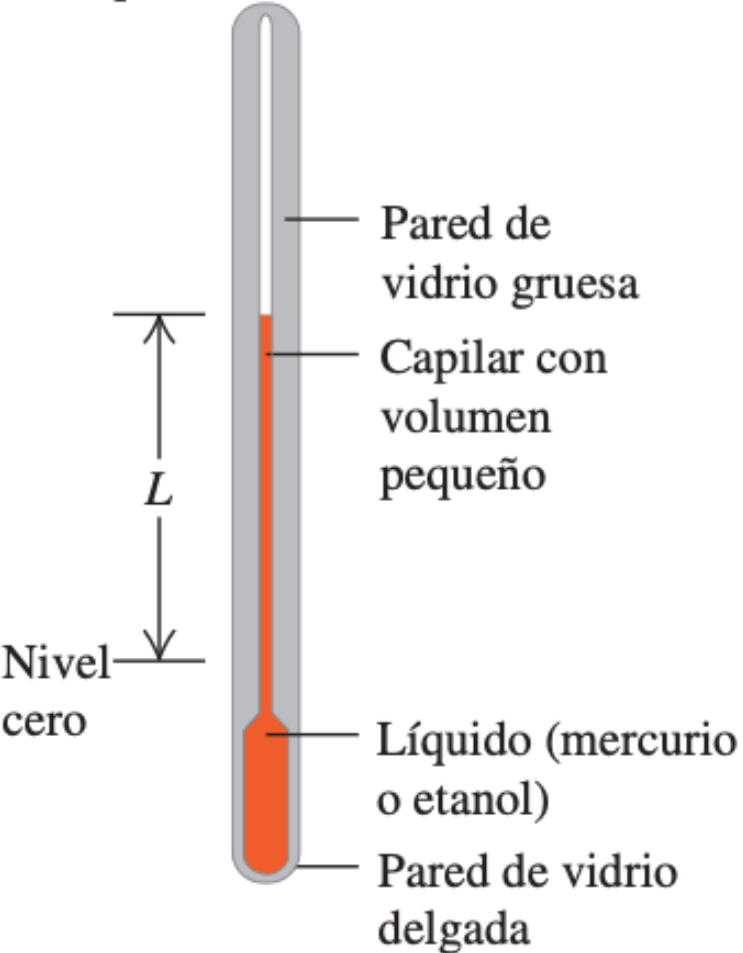
Si dos sistemas A y B se encuentran por separado en equilibrio termodinámico con un tercer sistema C, entonces A y B se encuentran en equilibrio térmico entre sí

Entre más alta la temperatura de un sistema, mayor será su tendencia a transferir calor Q

Medición de la temperatura

Habiendo establecido el concepto de equilibrio termodinámico, se puede re entender la temperatura como una medida del equilibrio térmico entre dos sistemas. El aparato con el que se mide la temperatura es el **termómetro**. Su principio de funcionamiento se basa en el cambio de alguna propiedad física a medida que cambia la temperatura. Puede ser el volumen de un líquido, la presión de un gas, la resistencia eléctrica, el color de un objeto, etc.

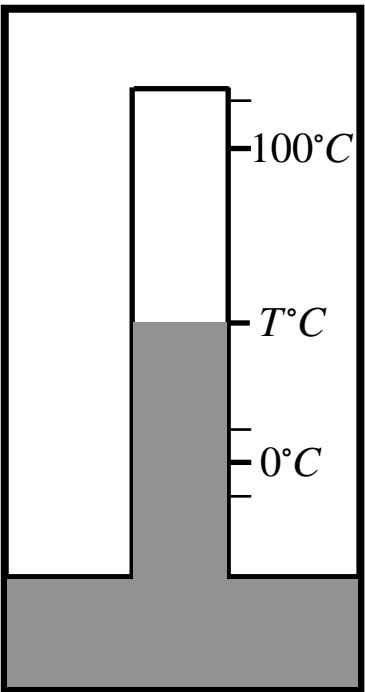
a) Los cambios de temperatura hacen que cambie el volumen del líquido



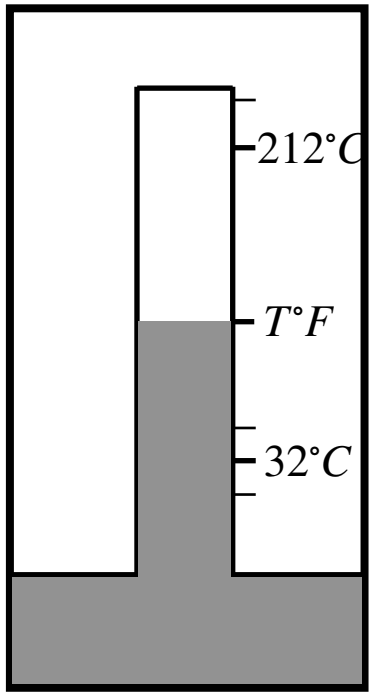
b) Los cambios de temperatura hacen que cambie la presión del gas



La escala de temperatura **Celsius** utiliza los cambios de fase del agua para establecer un patrón de medición. En esta escala, el agua se congela a 0°C y se evapora a 100°C .



El mercurio al cambiar su volumen y expandirse alcanza cierta altura a la cual se le puede asignar una temperatura $T^{\circ}\text{C}$

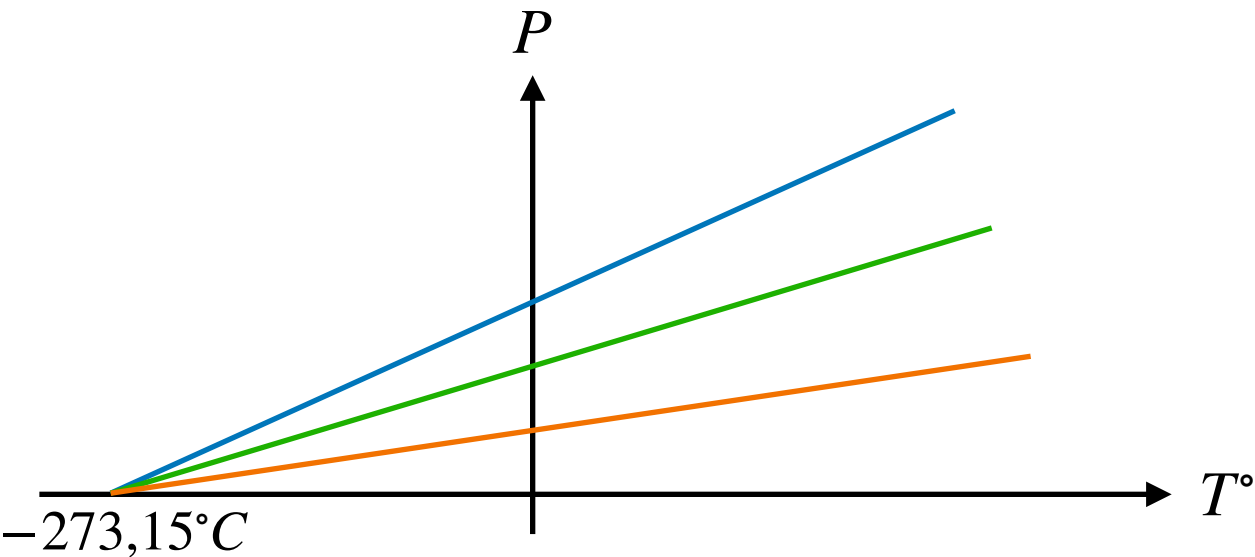


Otra escala comúnmente usada es la escala **Fahrenheit**, en donde los puntos de congelación y ebullición del agua se encuentran a 32°F y 212°F respectivamente

La relación entre la temperatura en escala Fahrenheit T_F y Celsius T_C se encuentra dada por

$$T_F = \frac{9}{5} T_C + 32^{\circ}\text{C}$$

Mediciones de un termómetro a gas



En el termómetro a gas se mide la presión que alcanzan diferentes gases (denotados por los colores) a volumen constante. Para todos los gases existe una temperatura en donde la presión se hace cero. En la escala Celsius corresponde a $-273,15^{\circ}\text{C}$. Este punto define el **cero absoluto**.

El Cero Absoluto permite definir la escala de temperatura Kelvin (K) aquella en donde $T_K = 0\text{K}$ corresponde a $-273,15^{\circ}\text{C}$

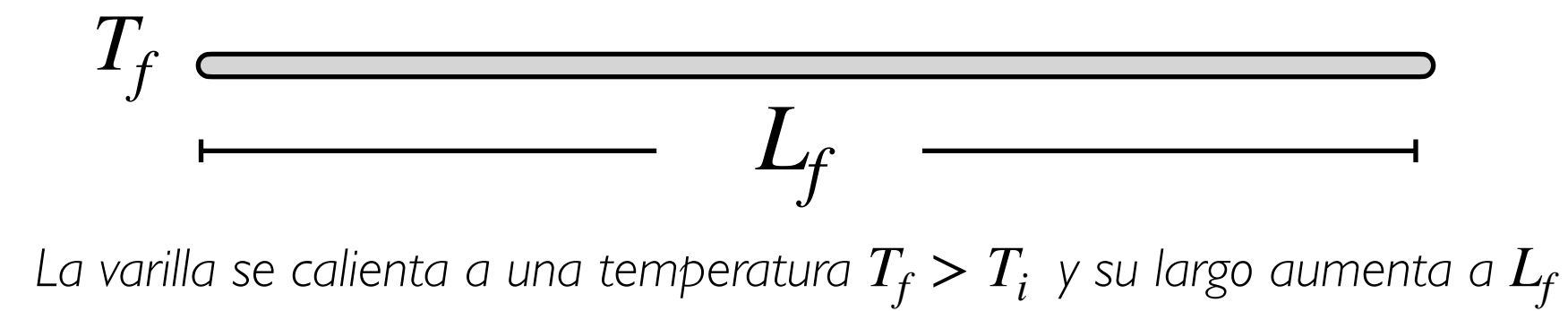
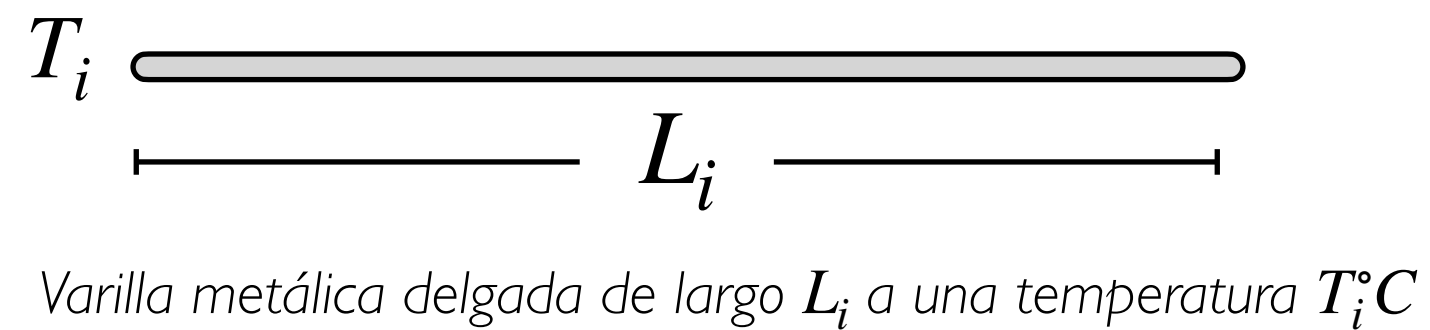
$$T_C = T_K - 273,15^{\circ}\text{C} \qquad T_K \geq 0$$

La medida de temperatura en el Sistema Internacional (SI) son los Kelvin (K)

Expansión o dilatación térmica en líquidos y sólidos

En un termómetro de alcohol o de mercurio a medida que aumenta su temperatura, el volumen del *fluido* respectivo que contiene incrementa. A este fenómeno que también ocurre en *sólidos* se conoce como **dilatación o expansión térmica**.

→ Es una consecuencia del cambio en la separación promedio entre los átomos o moléculas del líquido o sólido

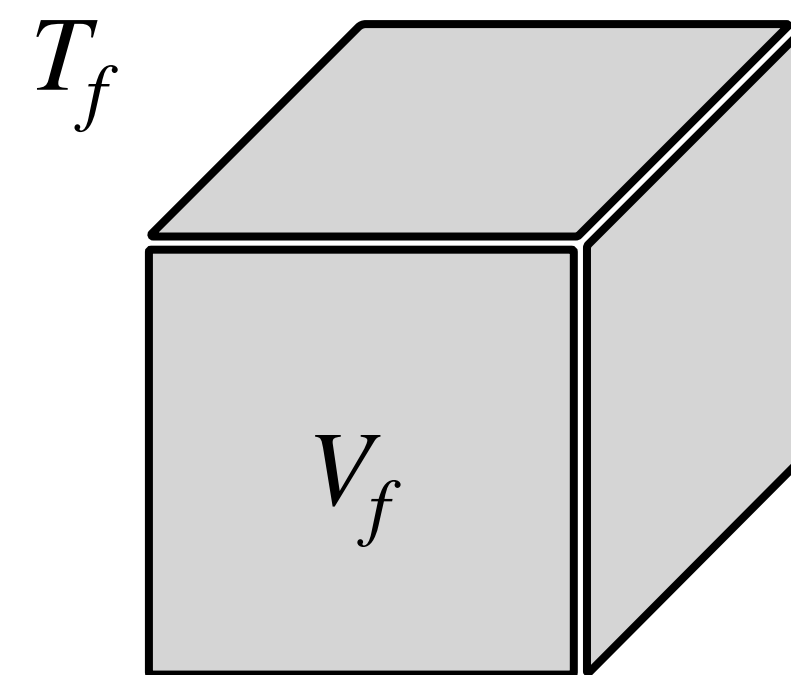
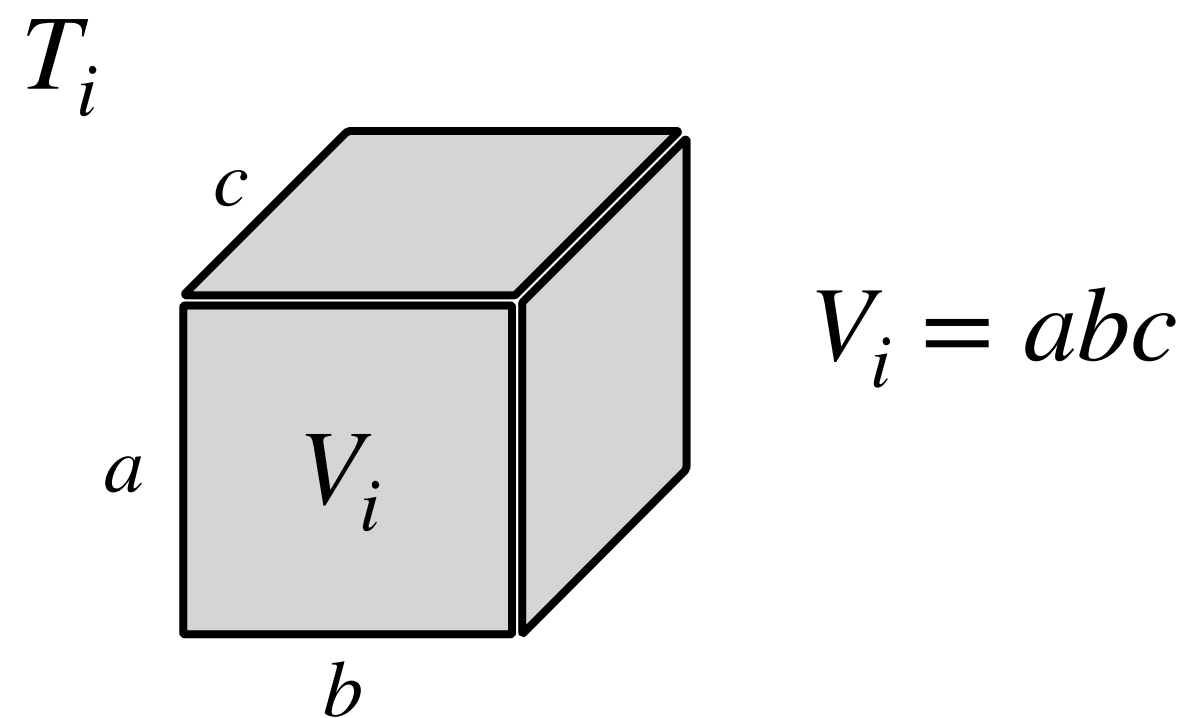


Coeficiente de expansión o dilatación lineal promedio:

$$\alpha = \frac{\Delta L / L_i}{\Delta T}$$

$$\Delta L = L_f - L_i, \quad \Delta T = T_f - T_i$$

Como las dimensiones lineales de un objeto cambian al incrementar su temperatura, su área y su volumen también lo hacen



Coeficiente de expansión o dilatación volumétrica promedio:

$$\beta = \frac{\Delta V / V_i}{\Delta T}$$

Si el cuerpo es *homogéneo e isotrópico* $\beta = 3\alpha$

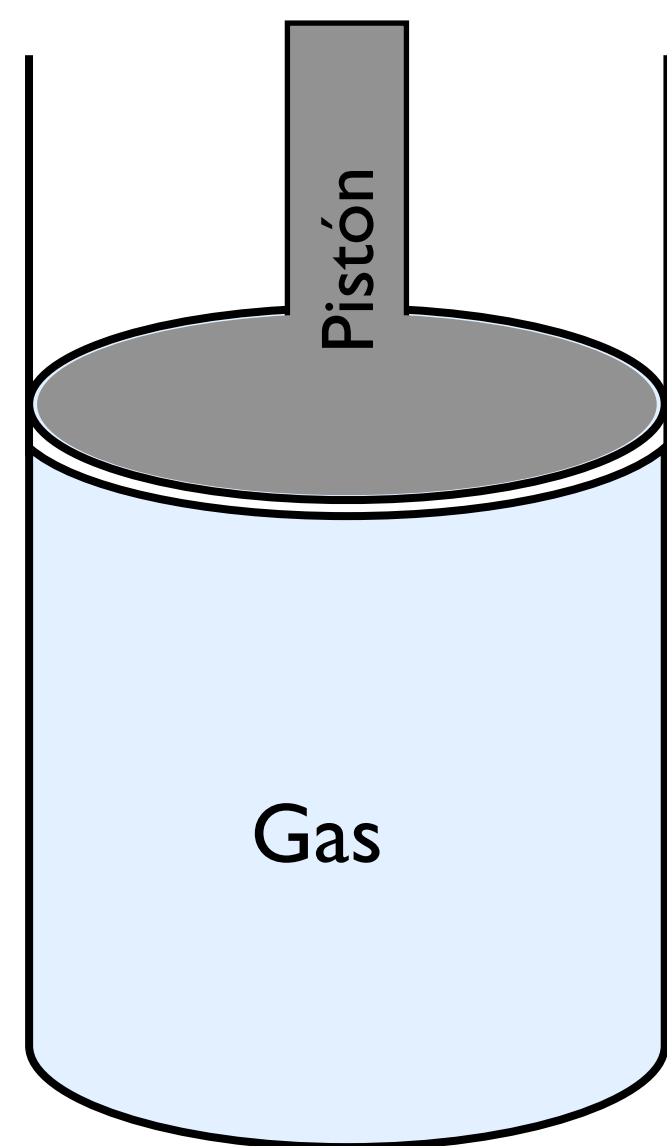
Ecuación de estado de los gases

La expansión o dilatación de gases difiere de la de los líquidos y sólidos ya que, a diferencia de estos, los gases no se encuentran siempre a un volumen fijo a una temperatura dada. Para poder entender su expansión es necesario incluir la presión.

En general, para un gas de masa m se quiere entender la relación entre la *variables macroscópicas* **volumen** V , **temperatura** T y **presión** P . Si el gas tiene una presión y densidad baja, este se puede aproximar por lo que se conoce como un **gas ideal**. En vez de caracterizar al gas por su masa, conviene expresar la cantidad de gas por el número de moles n que contiene

$$n = \frac{m}{M}; \quad M \rightarrow \text{masa molar o atómica de la sustancia, se expresa en g/mol ("gramos por mol")}$$

Para establecer la relación entre $\{n, V, T, P\}$, consideremos un gas en un recipiente en donde un pistón puede comprimir el gas de manera que las variables macroscópicas pueden cambiar pero el número de moles permanece constante. Experimentalmente se observa lo siguiente



- Si el gas está a temperatura constante:

La presión es inversamente proporcional al volumen (Ley de Boyle)

- Si el gas está a presión constante:

El volumen es directamente proporcional a su temperatura (Ley de Charles)

- Si el gas mantiene constante su volumen:

La presión es directamente proporcional a su temperatura (Ley de Boyle)

Al combinar estas observaciones empíricas se encuentra la ecuación de estado para un gas ideal

$$PV = nRT \quad \text{Ley de los gases ideales}$$

$$R = 8,314 \text{ J/mol} \cdot K \rightarrow \text{constante universal de los gases}$$

La ley de los gases ideales puede ser re escrita como

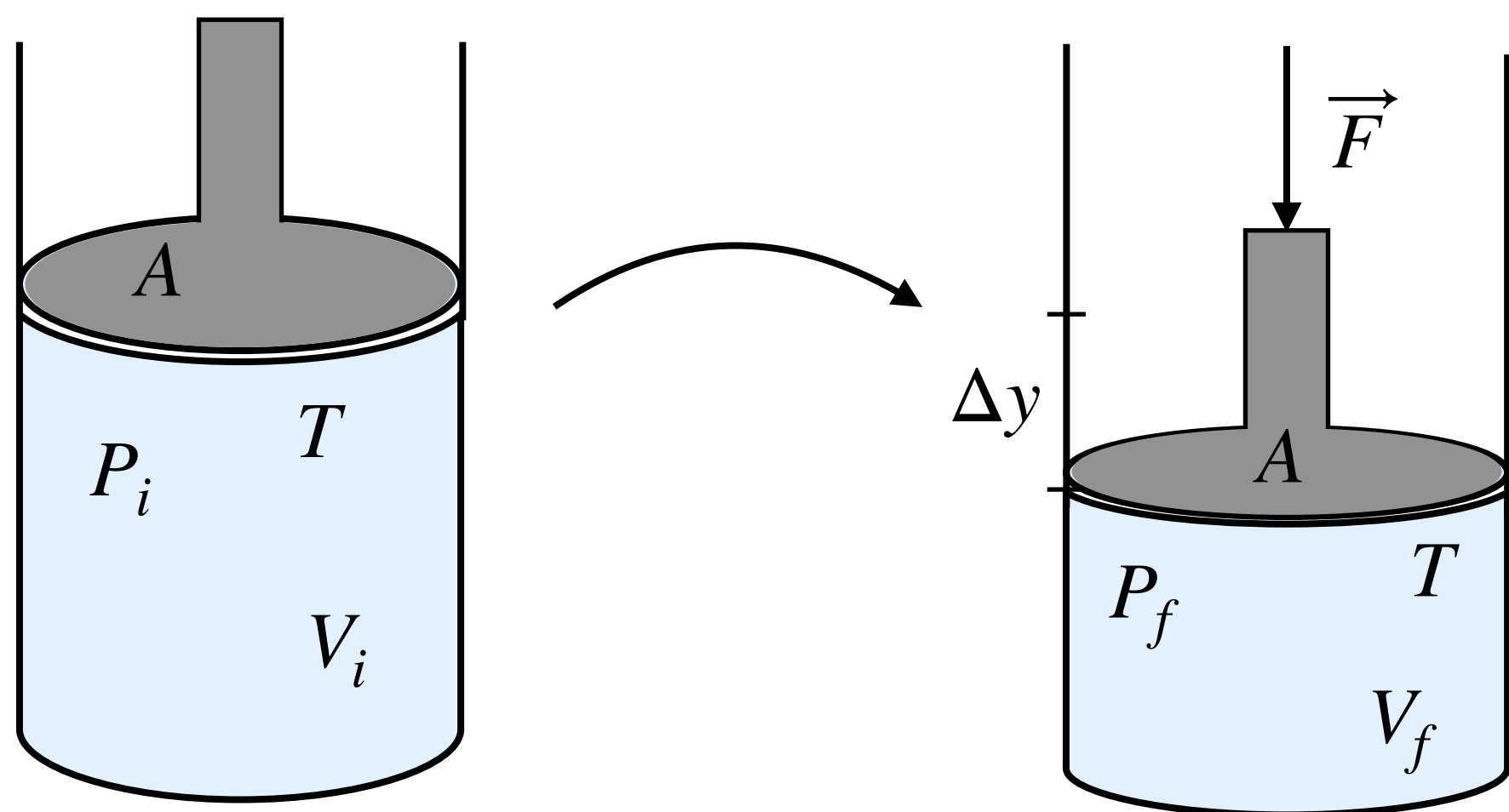
$$PV = Nk_B T$$

$$N = n N_A \rightarrow \text{Número total de moléculas}$$

$$k_B = R/N_A = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K} \rightarrow \text{Constante de Boltzmann}$$

Trabajo termodinámico

En la situación anterior, el pistón se puede mover tan lentamente de manera que la temperatura del gas no cambie (es decir, permanece en equilibrio térmico). Esto se conoce como proceso adiabático. Cuál es el trabajo realizado por el pistón en este proceso?



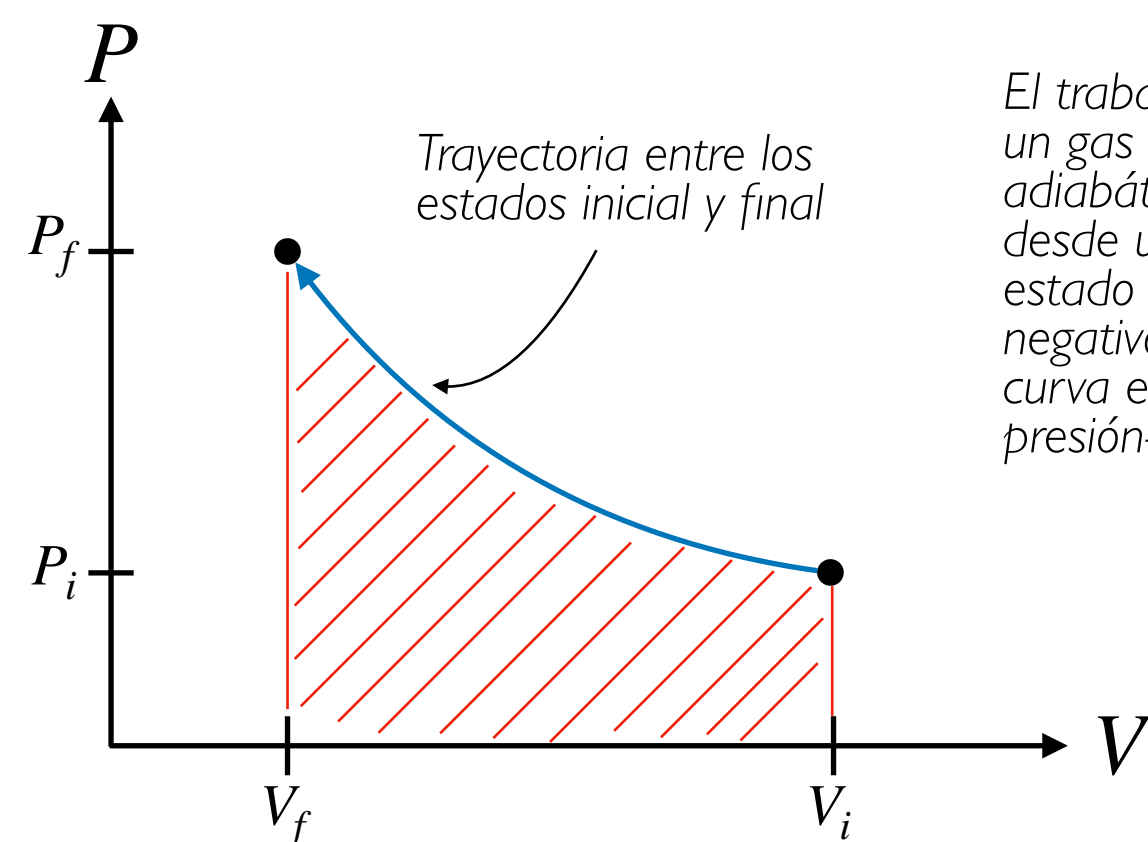
Si una fuerza $\vec{F} = -F \hat{y}$ mueve el pistón de área A , es decir efectúa una presión $P = F/A$, el trabajo realizado por esta fuerza es

$$W = -F\Delta y = -PA\Delta y = -P\Delta V$$

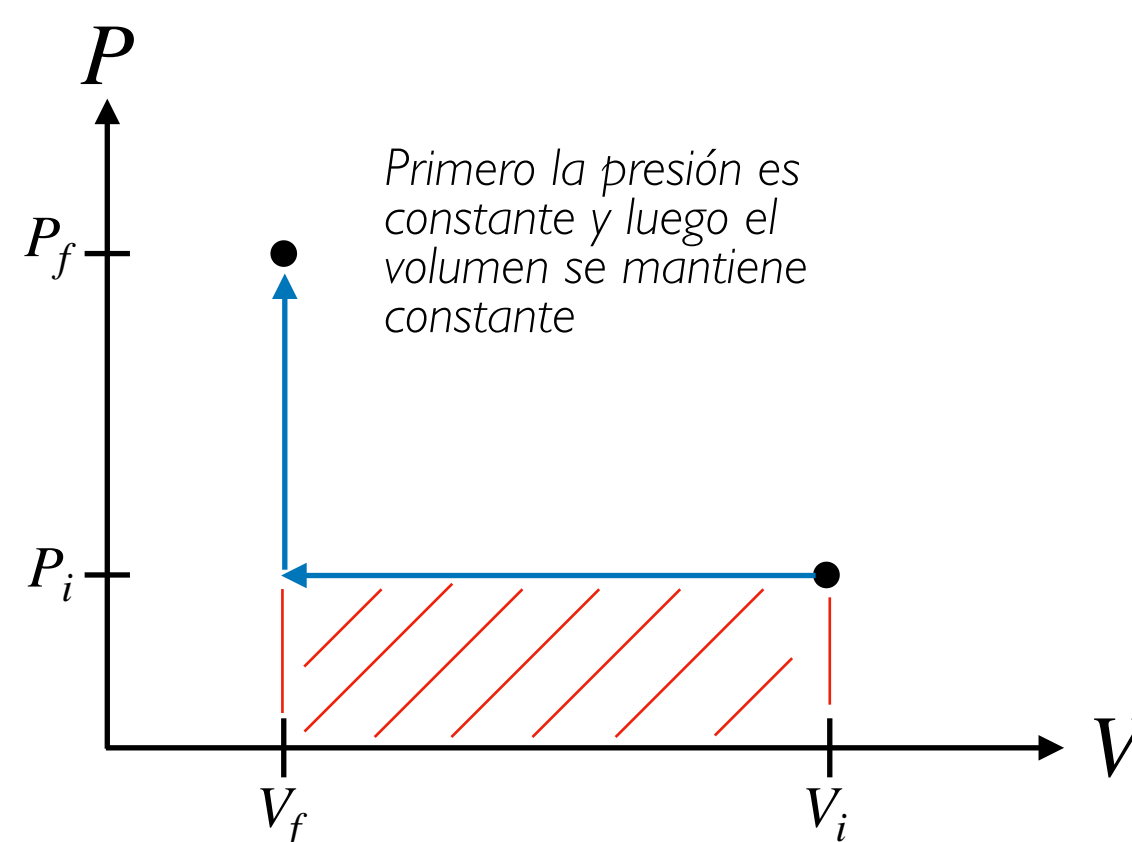
Si el gas se comprime $\Delta V < 0 \implies W > 0$

Si el gas se expande $\Delta V > 0 \implies W < 0$

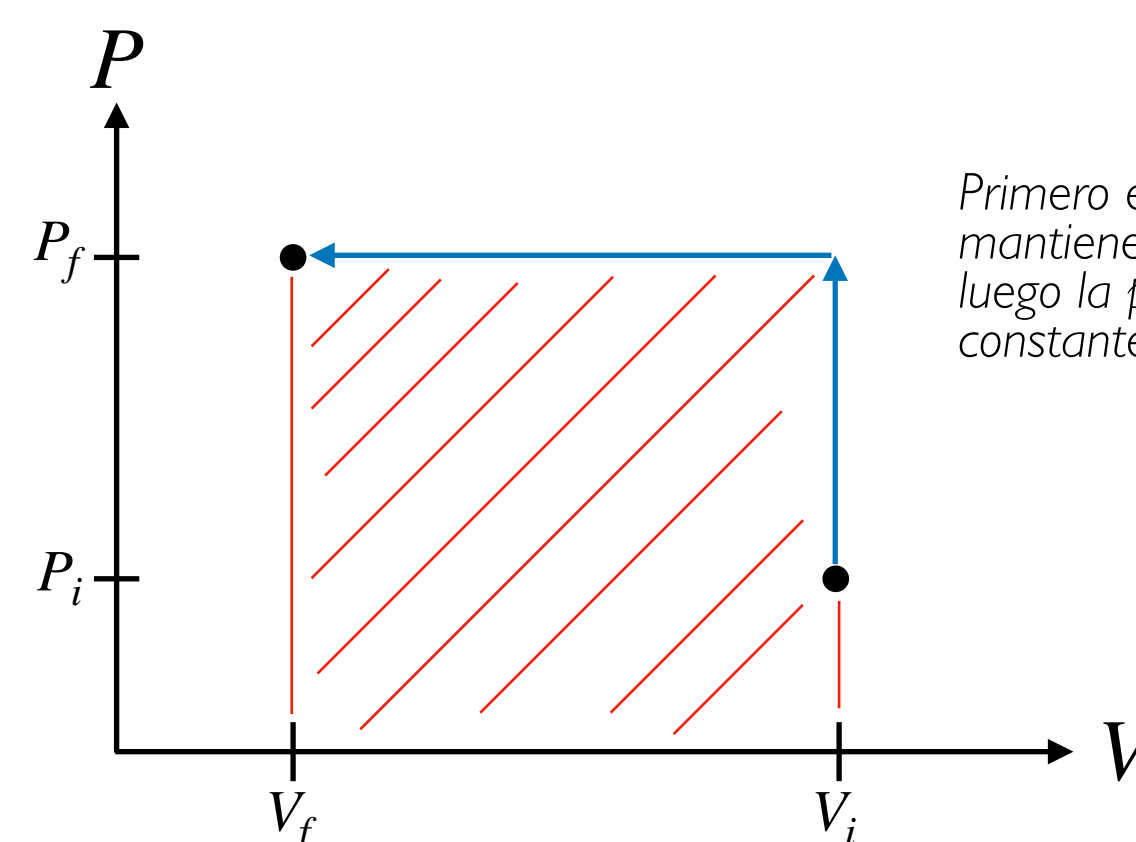
En general la presión no es constante durante el proceso. Si la presión y el volumen del gas se conocen en cada instante del proceso, entonces se puede graficar el estado del gas en cada etapa en un diagrama presión-volumen



El trabajo realizado sobre un gas en un proceso adiabático, que lleva al gas desde un estado inicial a un estado final, es el valor negativo del área bajo la curva en un diagrama de presión-volumen



Primero la presión es constante y luego el volumen se mantiene constante



Primero el volumen se mantiene constante y luego la presión es constante

Transferencia de calor: calor específico

A la energía en tránsito entre sistemas termodinámicos la llamamos **calor** y lo denotamos por la letra Q . Para cuantificar esta energía, se suele fijar como referencia la cantidad de esta que es necesaria para elevar la temperatura de algún gas o líquido en una cantidad determinada

Caloria (Cal): cantidad necesaria de calor para elevar la temperatura de 1g de agua líquida de $14,5^\circ\text{C}$ a $15,5^\circ\text{C}$

$$1\text{Cal} = 4,186\text{ J}$$

Diferentes sustancias requieren diferentes cantidades de energía para hacer cambiar su temperatura en un grado. La cantidad que cuantifica esta diferencia para diferentes sustancias es su **capacidad térmica** C

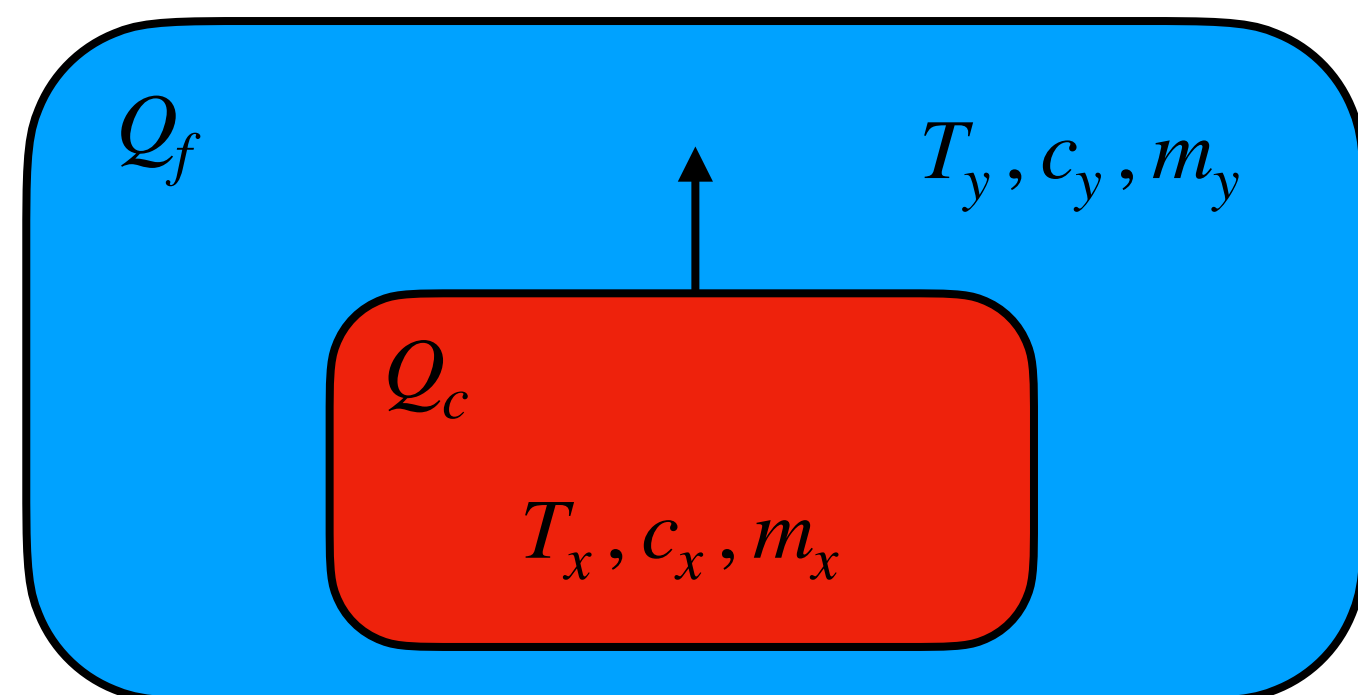
$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

Ahora si se quiere saber específicamente cuál es esta capacidad térmica por unidad de masa m , se utiliza el **calor específico** c

$$c = \frac{Q}{m \Delta T} \rightarrow \text{qué tanta energía necesita una sustancia para cambiar su temperatura}$$

De la definición anterior, es factible relacionar la energía Q transferida entre una muestra de masa m de cierta sustancia y sus alrededores con un cambio de temperatura ΔT como

$$Q = mc\Delta T \rightarrow \text{cambio en la energía interna}$$



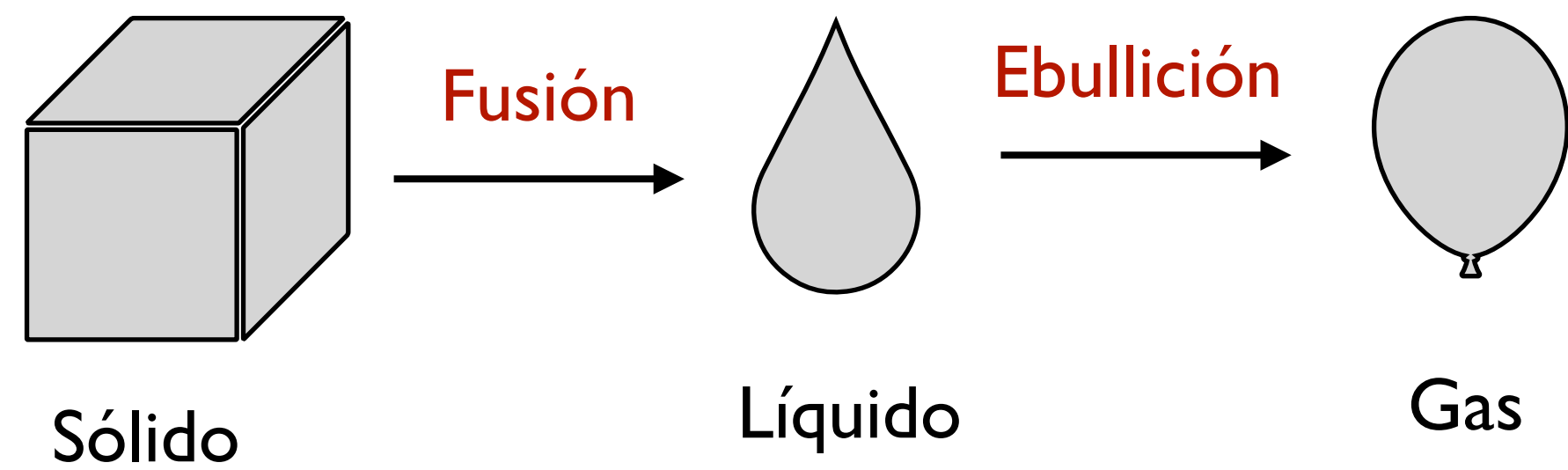
El calor va de los cuerpos calientes a los cuerpos fríos hasta que se alcanza el equilibrio térmico en T_f

$$T_x > T_y \implies Q_f = -Q_c$$

$$m_y c_y (T_f - T_y) = m_x c_x (T_y - T_f)$$

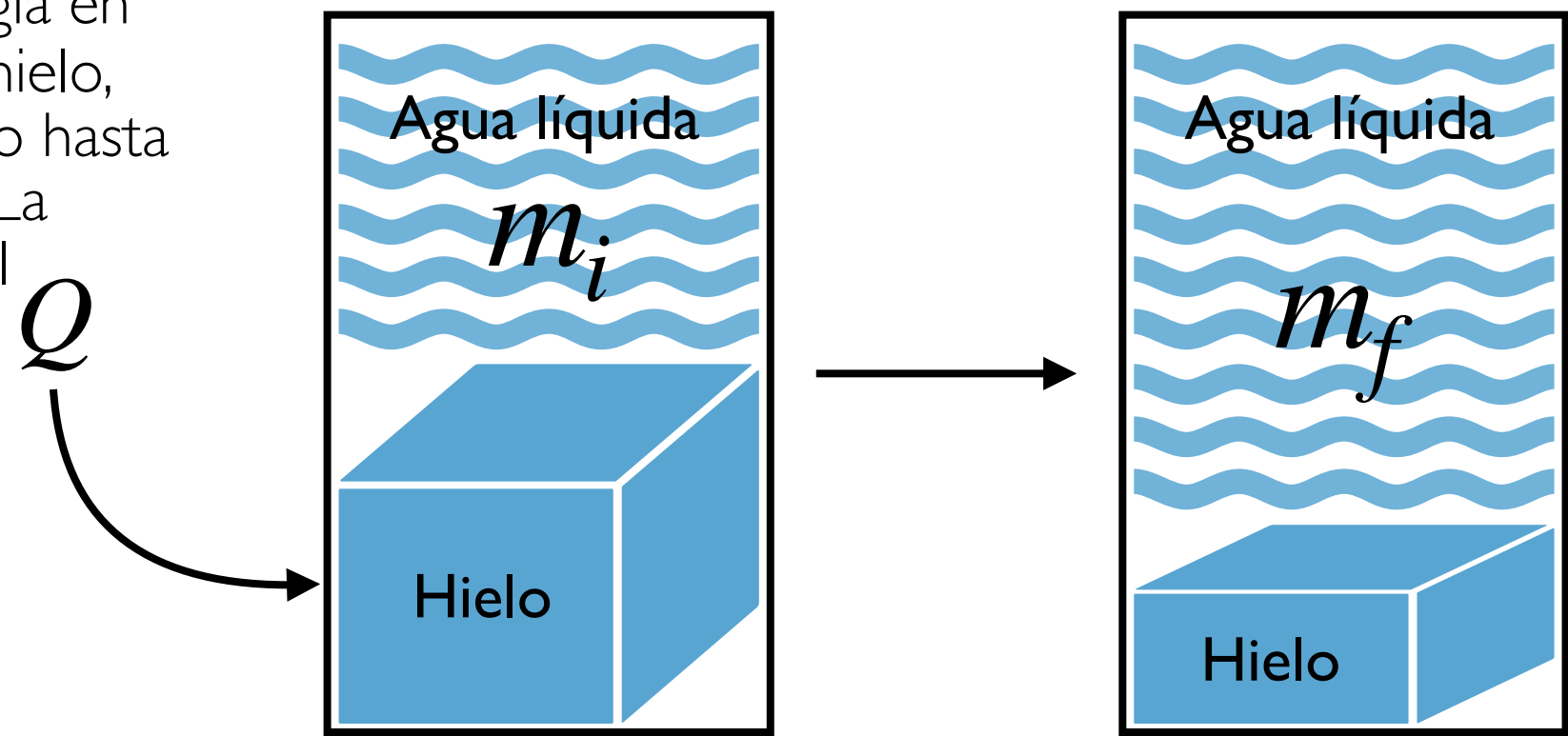
Transferencia de calor: calor latente

La transferencia de energía entre sistemas no siempre resulta en un cambio de temperatura. En algunas ocasiones esta transferencia de energía conlleva a la modificación de las características físicas de alguna sustancia. A este cambio se le conoce como **cambio o transición de fase**



Material de fase superior: material que puede estar a una temperatura alta
Sólido → Líquido. El líquido es el material de fase superior
Líquido → Gas. El gas es el material de fase superior

Si se le entrega energía en forma de calor Q al hielo, este se irá derritiendo hasta convertirse en agua. La temperatura total del sistema no cambia



La cantidad de hielo derretido es igual a cantidad de agua nueva
 $\Delta m = m_f - m_i$

Se define el **calor latente L** como

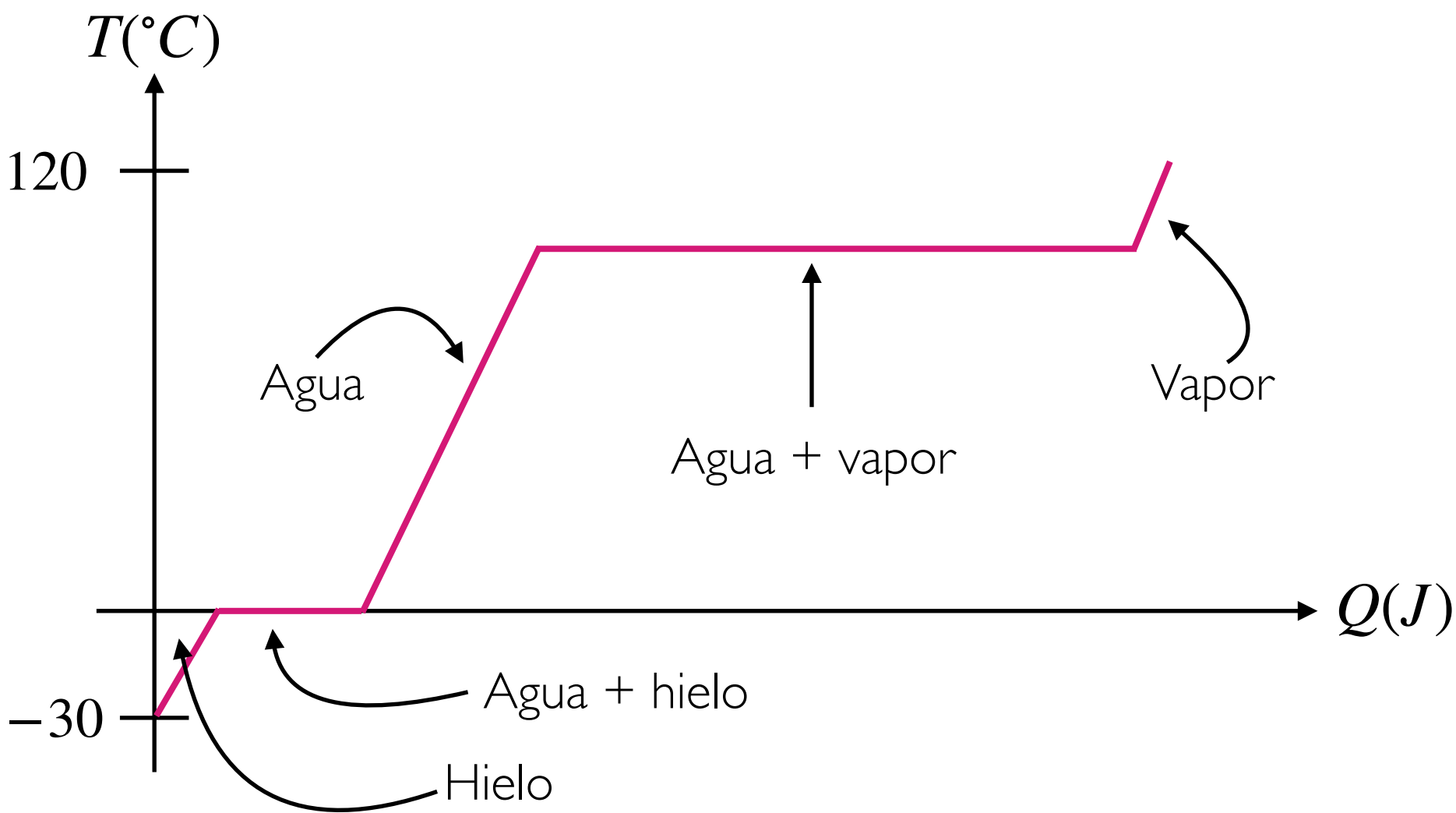
$$L = \frac{Q}{\Delta m}$$

La cantidad de energía requerida para cambiar de fase a una sustancia pura es

$$Q = L \Delta m$$

$L_f \rightarrow$ Calor latente de fusión
 $L_v \rightarrow$ Calor latente de vaporización

Temperatura v/s energía en la conversión entre 1g de hielo a -30°C a vapor de agua a 120°C

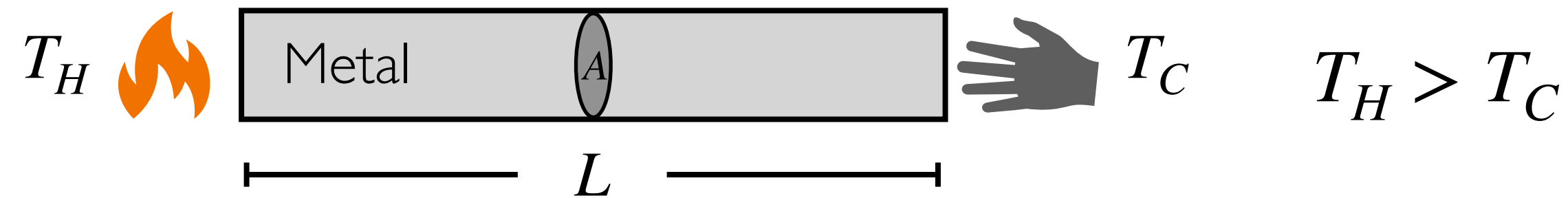


Mecanismos de transferencia de calor

Si se transfiere una cantidad de calor ΔQ en un intervalo de tiempo Δt , se define la tasa de flujo de calor como

$$H = \frac{\Delta Q}{\Delta t}, \quad [H] = \text{energía} / \text{tiempo} = \text{Joule} / \text{segundo} = \text{Watt (W)}, 1W = 1 J/s$$

- **Conducción** → Contacto directo entre dos o mas cuerpos, ocurre de manera interna



$$H = k \frac{A(T_H - T_C)}{L}$$

$k \rightarrow$ Conductividad térmica del material $[k] = \frac{W}{m \cdot K}$

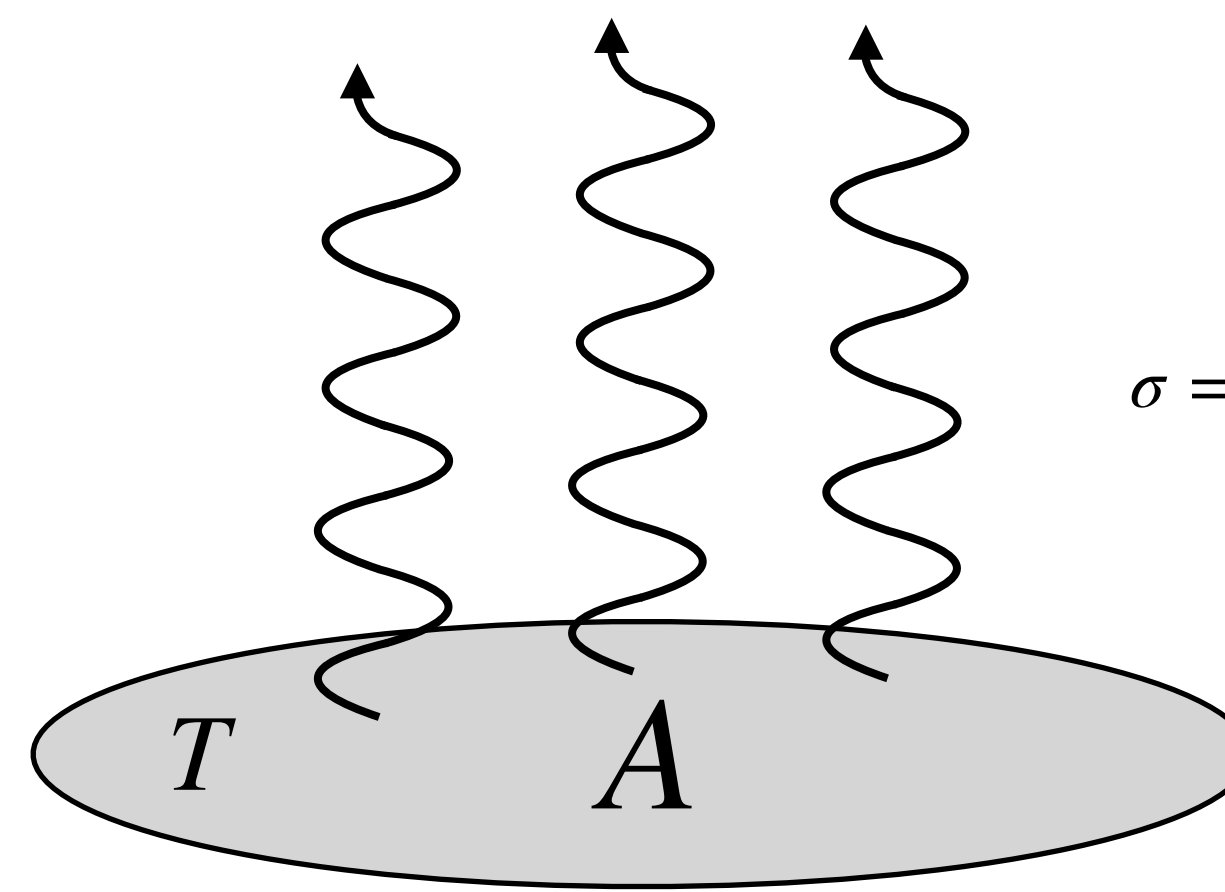
$$H = \frac{A(T_H - T_C)}{R_T}, \text{ en donde } R_T = \frac{L}{k} \rightarrow \text{resistencia térmica}$$

- **Convección** → Movimiento de masa entre regiones del espacio



A medida que las masas de aire se van calentando, estas se expanden aumentando su volumen y disminuyendo su densidad. Al tener menor densidad que las capas superiores de aire, las zonas con menor densidad van subiendo. Este proceso se va repitiendo hasta alcanzar el equilibrio térmico

- **Radiación** → Transferencia de calor por radiación electromagnética



$$H = \sigma A e T^4$$

$\sigma = 5,4 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 K} \rightarrow$ Constante de Stefan-Boltzmann

$e \rightarrow$ Emisividad (depende de cada material)

$e = 1 \rightarrow$ Absorbedor ideal (cuerpo negro)



FACULTAD DE FÍSICA
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

Física - FIS109K

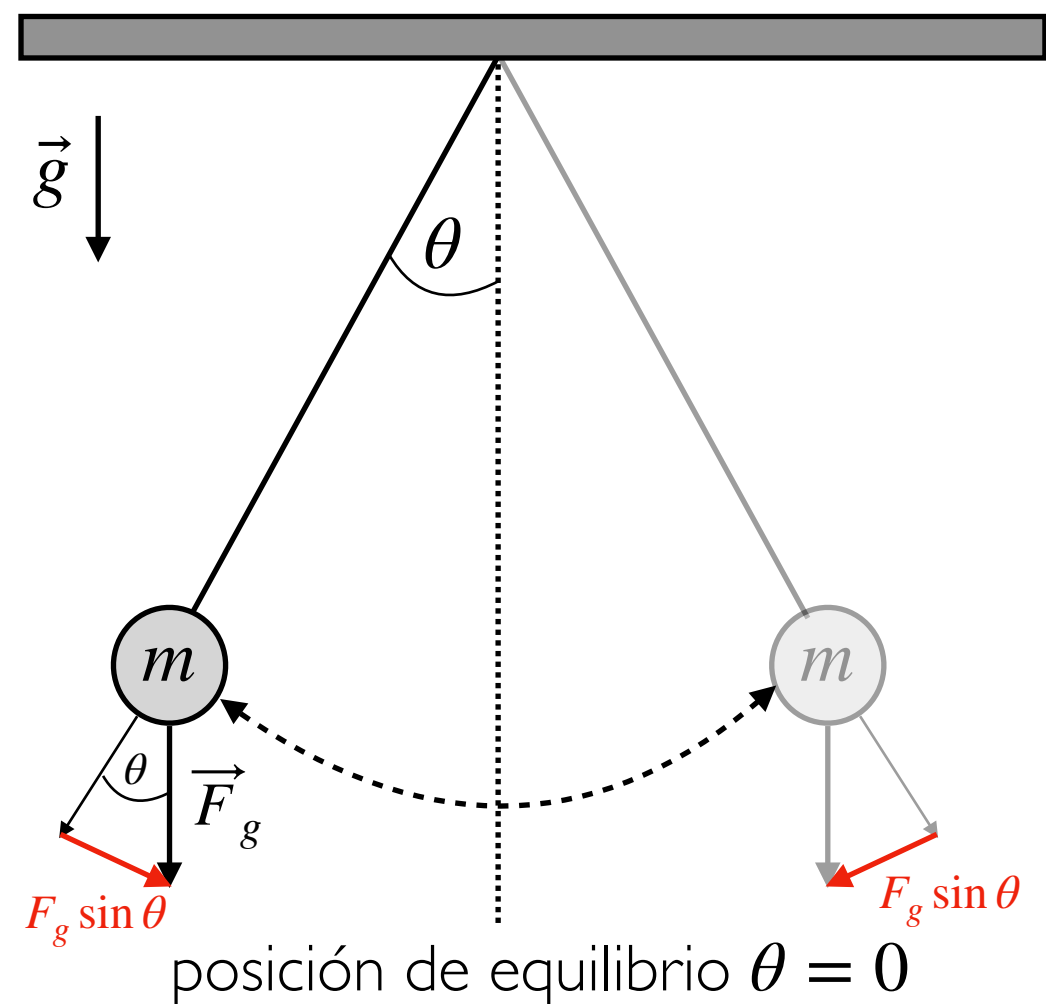
Ondas y Oscilaciones

Profesor: Rafael Bravo

rafael.bravo@uc.cl

Movimiento periódico

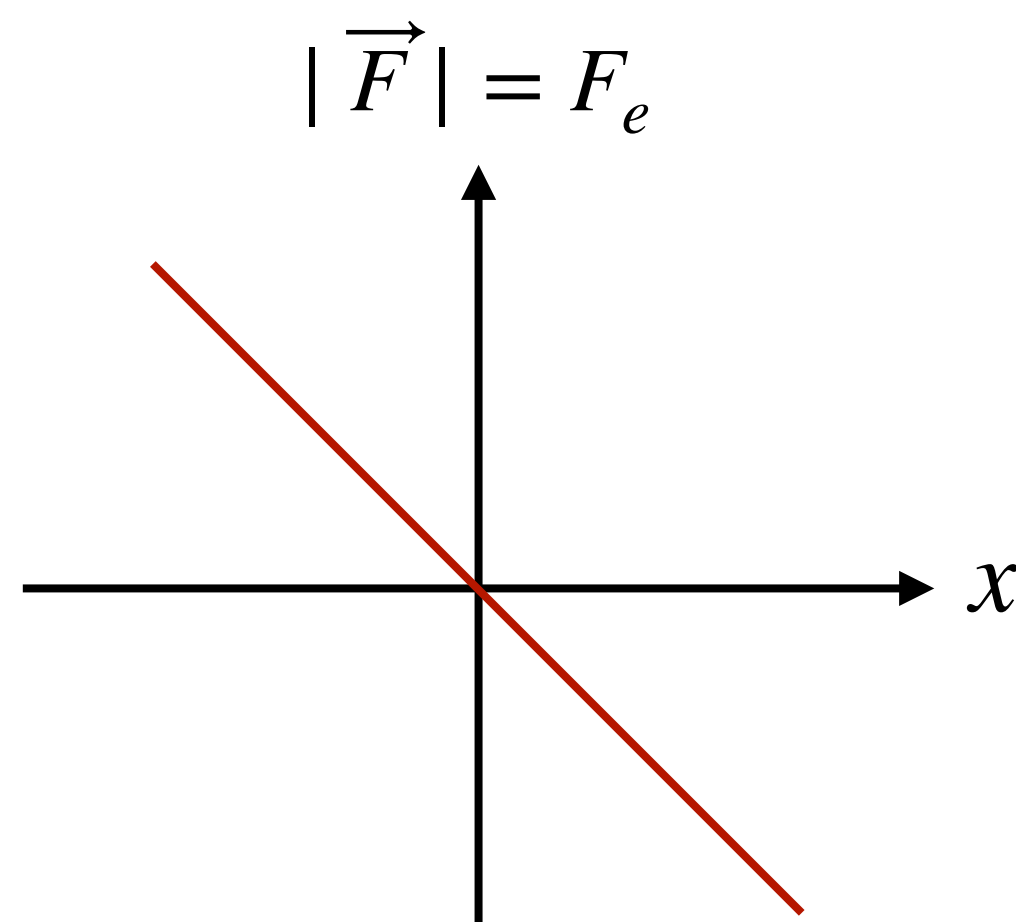
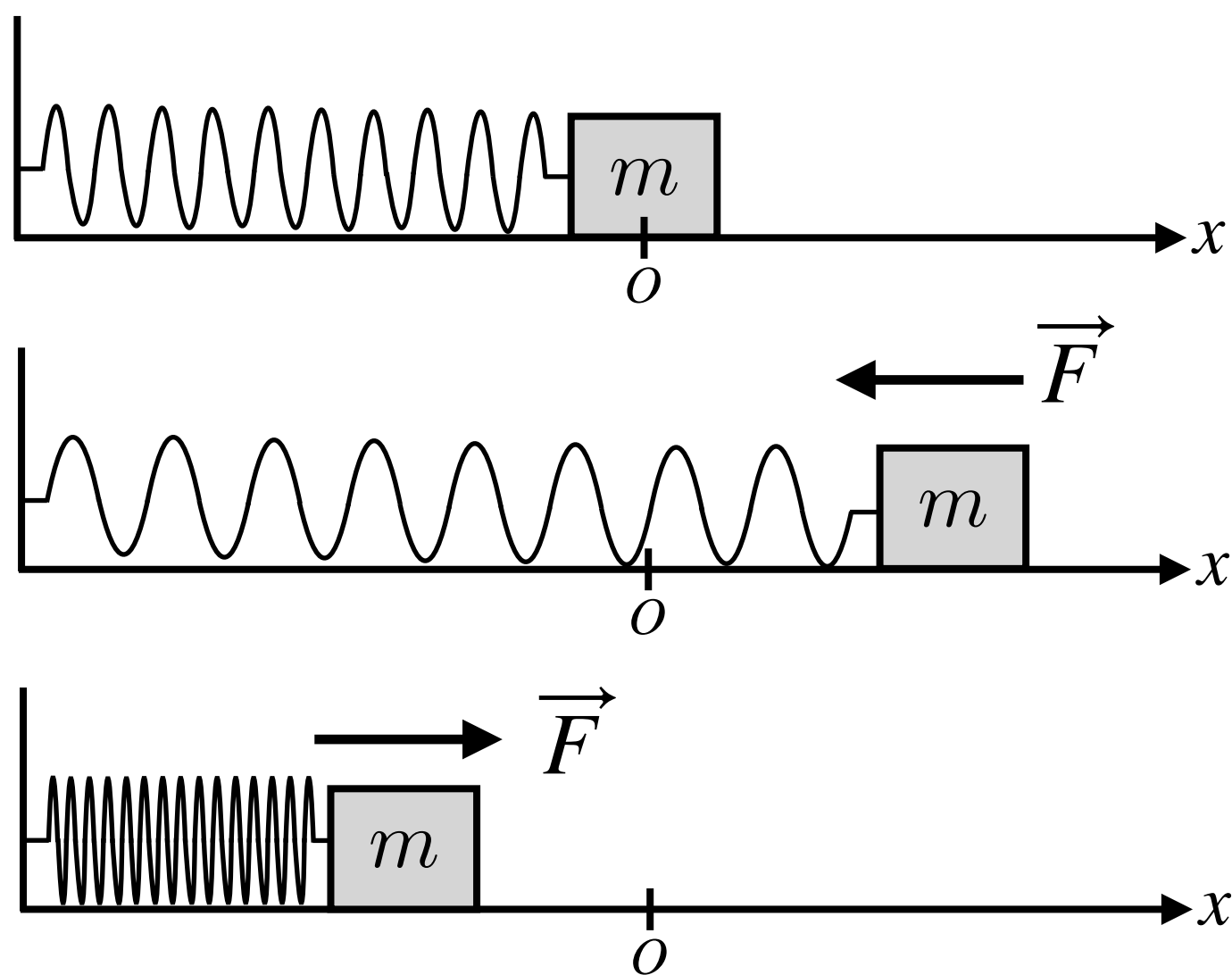
Un movimiento periódico es aquel que se repite a intervalos de tiempo iguales, como puede ser el movimiento alrededor de una **posición de equilibrio**



En el caso de un péndulo la componente $F_g \sin \theta$ del peso, siempre hace que el péndulo vuelva a su posición de equilibrio. Si una fuerza tiene esta propiedad, entonces se le llama **fuerza restauradora**

Si la fuerza restauradora es proporcional a la posición del cuerpo que experimenta un movimiento periódico, relativa a su posición de equilibrio, entonces a este movimiento se le llama **Movimiento Armónico Simple**

El sistema físico más sencillo que da origen a un movimiento armónico simple, consiste en una masa unida a un resorte que experimenta oscilaciones en torno a su punto de equilibrio



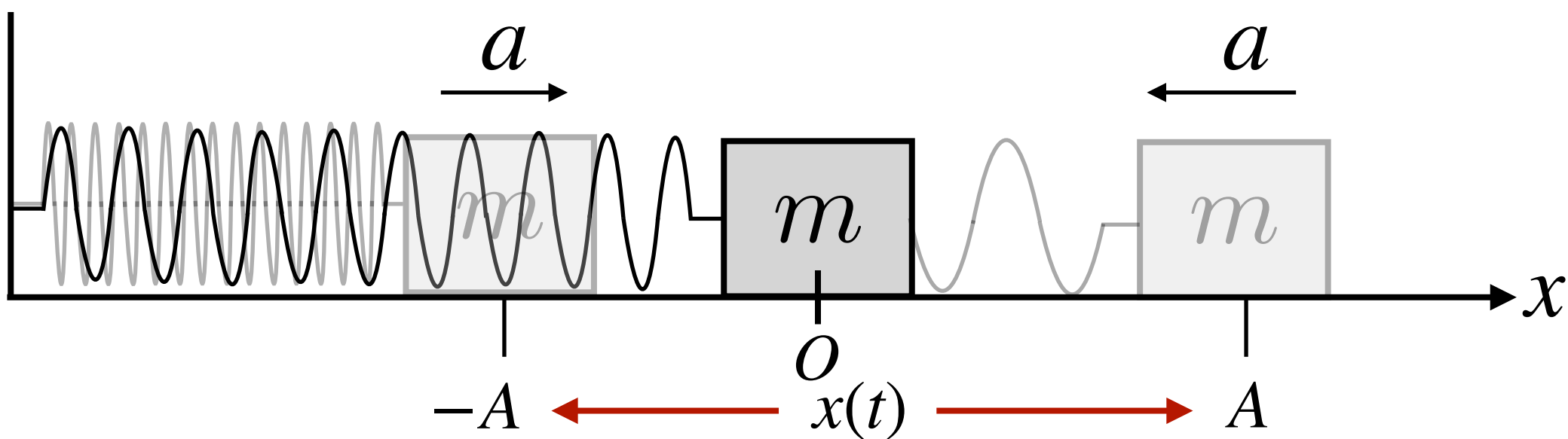
En donde la fuerza restauradora está dada por

$$F_e = -kx$$

F_e se conoce como la fuerza elástica y a la constante k se le dice la constante elástica o constante del resorte. El comportamiento del gráfico se conoce como la **Ley de Hooke**.

Movimiento armónico simple

A partir de la segunda Ley de Newton podemos encontrar la ecuación que describe las oscilaciones del bloque de masa m como función del tiempo $x(t)$ entre los puntos $x = -A$ y $x = A$.



$$\sum F = ma \implies -kx = ma \implies a = -\frac{k}{m}x$$

Definiendo la cantidad $\omega = \sqrt{k/m}$ y recordando que $a = \frac{d^2x}{dt^2}$, se tiene que

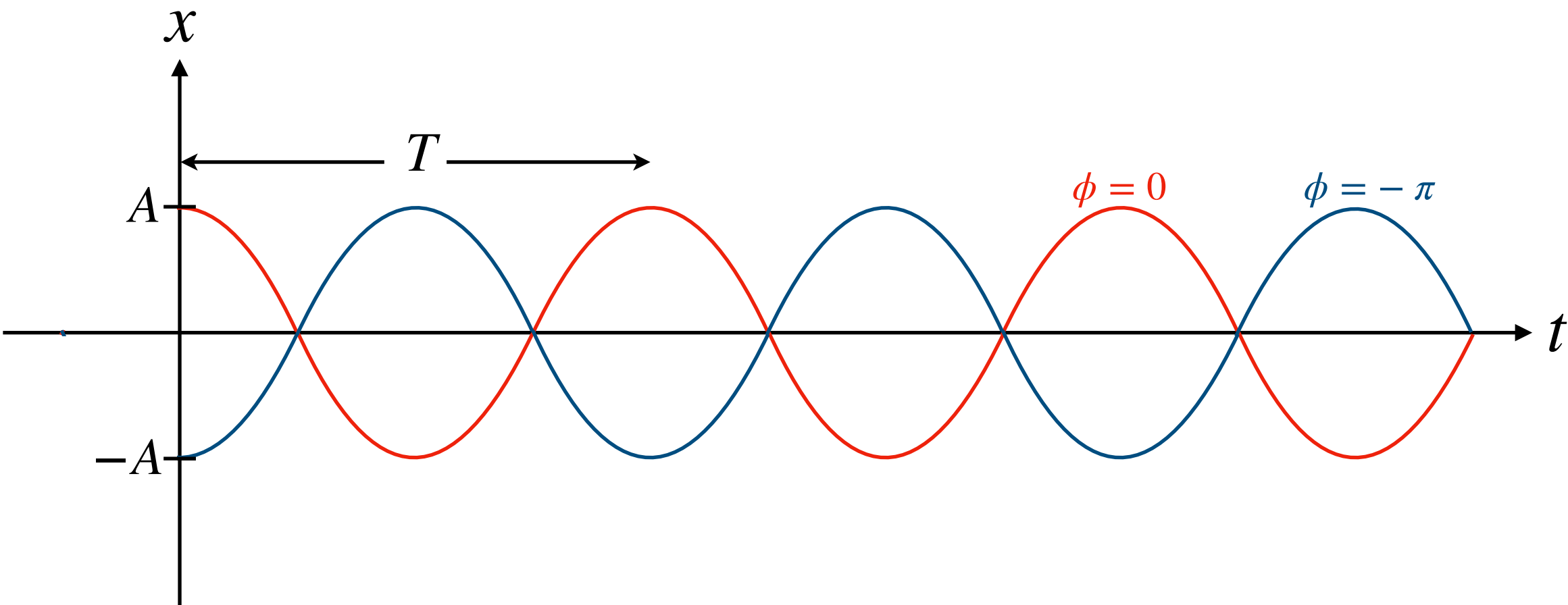
$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2x$$

La segunda ley de Newton nos dice que las oscilaciones que experimentará el bloque están descritas por

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

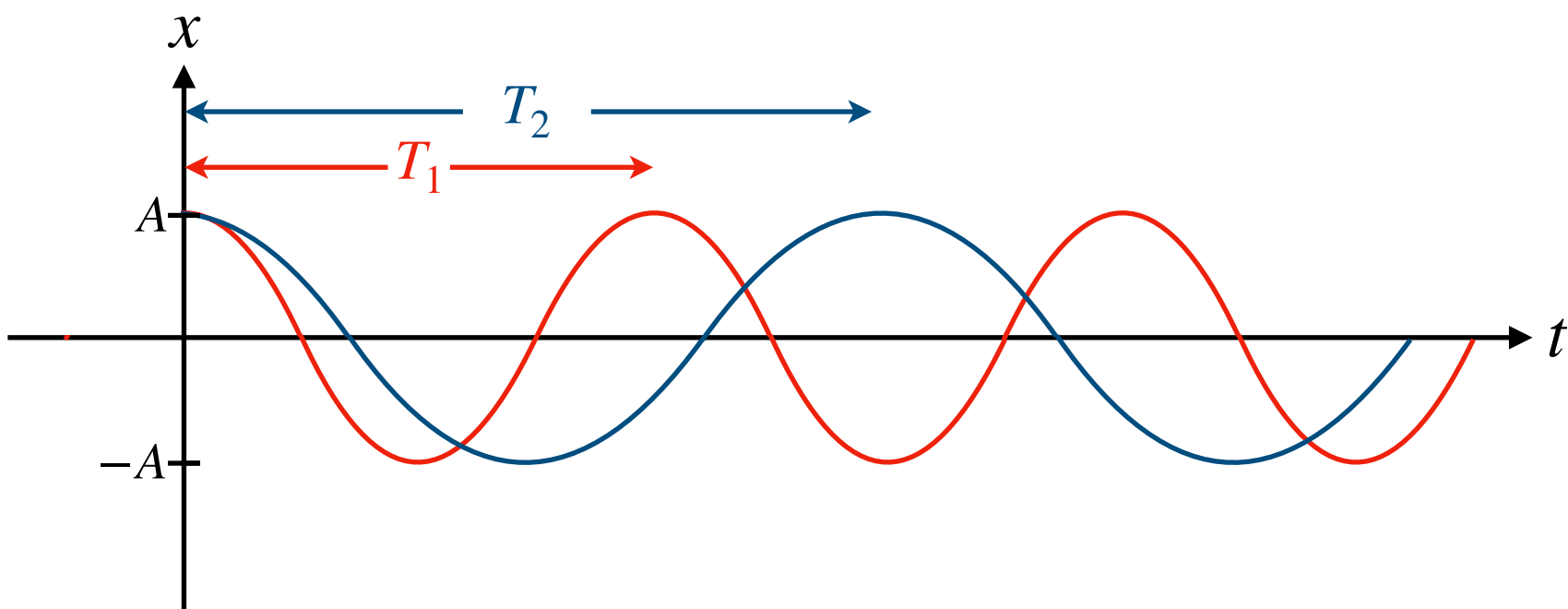
- $A \rightarrow$ Amplitud de las oscilaciones
- $\phi \rightarrow$ Fase
- $\omega \rightarrow$ Frecuencia angular

Gráficamente se tiene lo siguiente



El tiempo que le toma al bloque ir y volver al mismo punto, define el periodo $T = 2\pi/\omega$ de las oscilaciones.

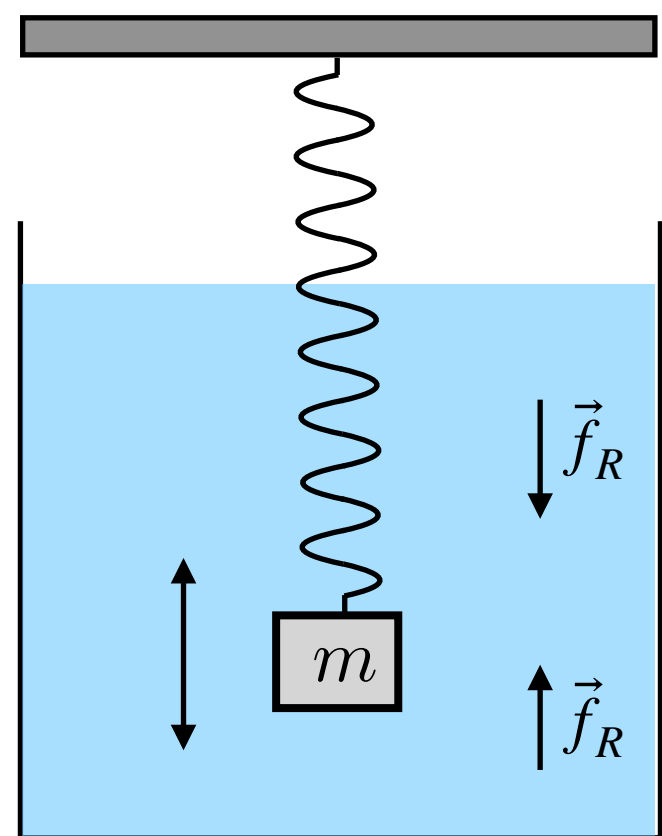
La cantidad de veces que el bloque completa un ciclo en un segundo, define la frecuencia $f = 1/T$. Esta se mide en Hertz (Hz) . $1\text{Hz} = 1/s = s^{-1}$



Si a un mismo resorte de constante k se le ponen masas m_1 y m_2 con $m_2 > m_1$

Oscilaciones amortiguadas y forzadas

En la naturaleza observamos que las oscilaciones van disminuyendo su amplitud debido a la presencia de fuerzas no conservativas que se oponen a la velocidad $\vec{v}$ del cuerpo en movimiento oscilatorio. A este tipo de fuerza se le llama **fuerza retardadora** $\vec{f}_R$ y suele ser de la forma $\vec{f}_R = -b\vec{v}$. A la constante b se le conoce como coeficiente de amortiguamiento.

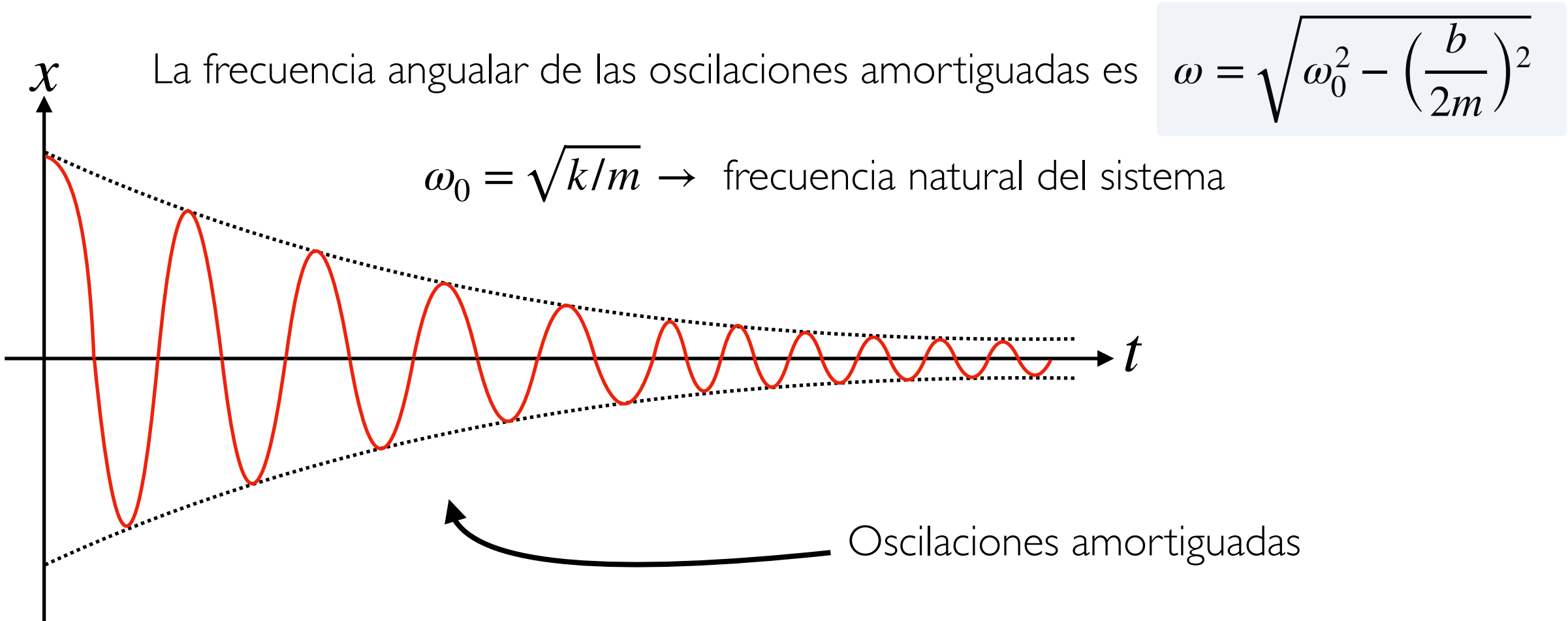


Si a la masa unida con el resorte se pone a oscilar inmersa en un fluido viscoso, este provee una fuerza retardadora de manera que de la segunda ley de Newton se tiene que

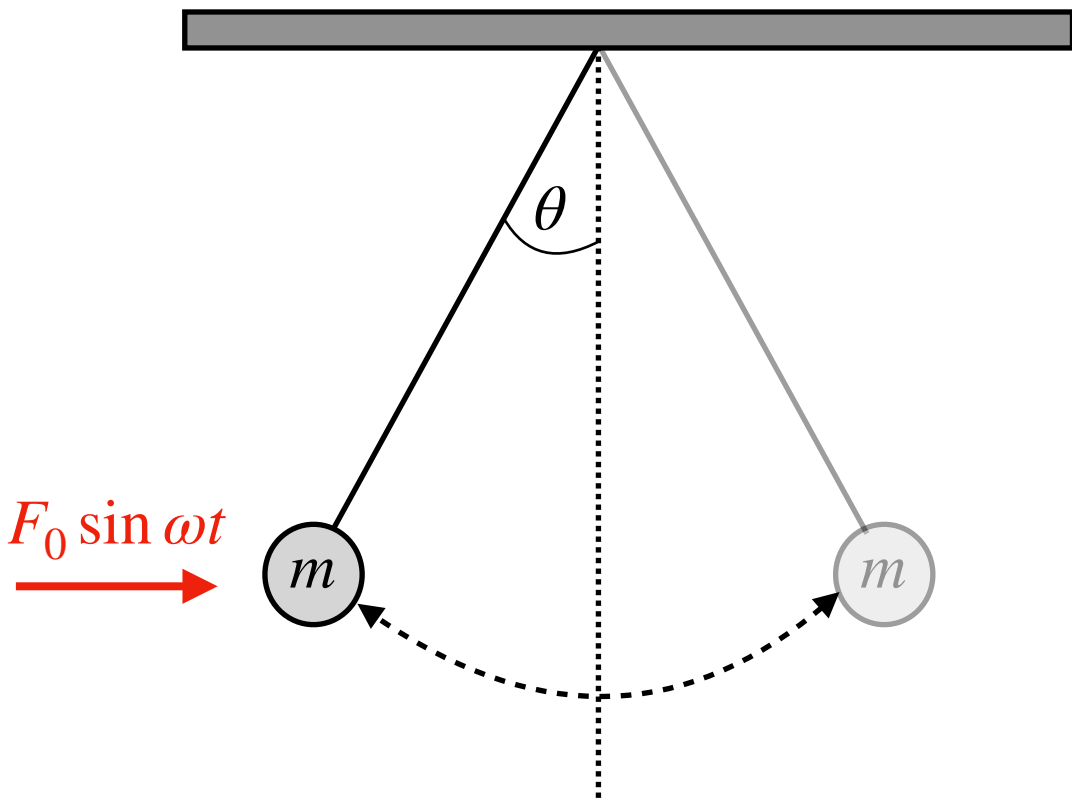
$$\sum F = -kx - b\frac{dx}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

Si $b < 1$, se encuentra que las oscilaciones están descritas por

$$x(t) = Ae^{-(\frac{b}{2m})t} \cos(\omega t + \phi)$$



Es posible **forzar** a un sistema que experimenta oscilaciones amortiguadas para que este tenga mantenga su amplitud original. La manera de hacerlo es a través de una fuerza periódica externa de la forma $F = F_0 \sin \omega t$.



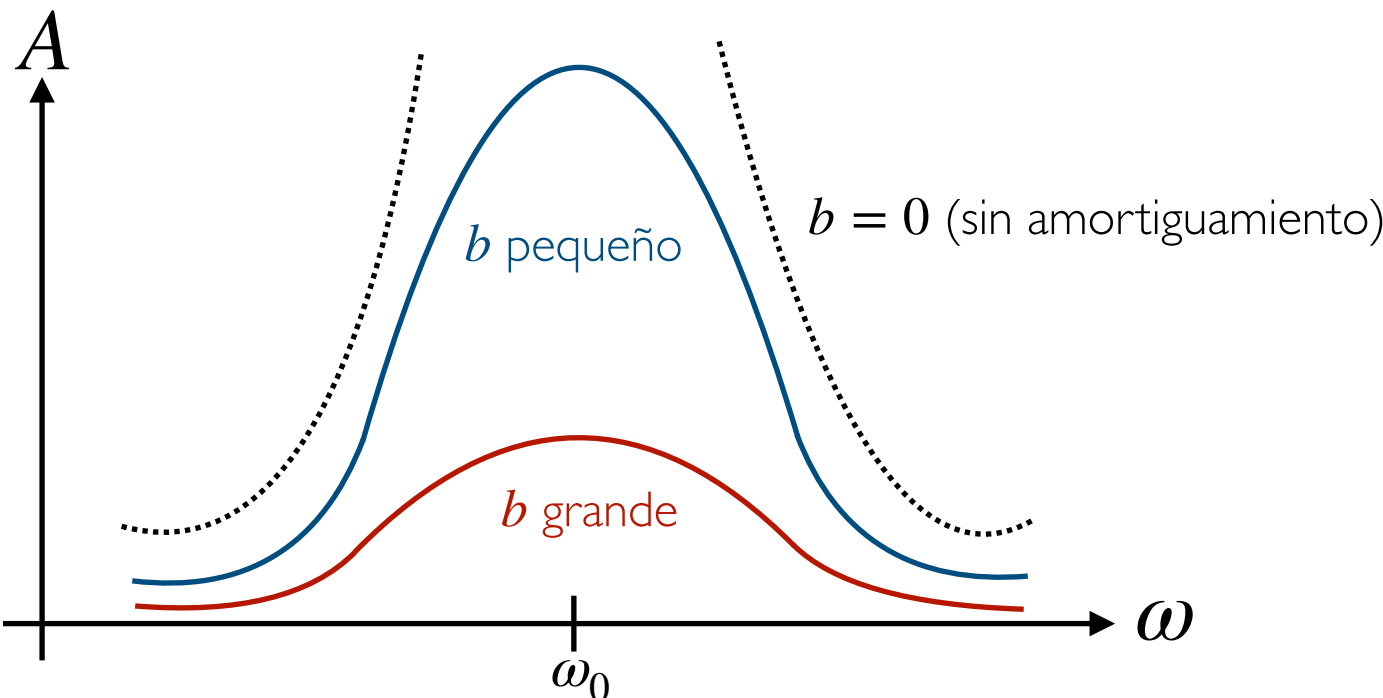
En este caso, el sistema luego de un tiempo oscilará con la frecuencia ω de la fuerza impulsora y con oscilaciones de amplitud constante A

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

La amplitud A en este caso viene dada por

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \left(\frac{b\omega}{m}\right)^2}}$$

Cuando la frecuencia de oscilación ω se aproxima a la frecuencia natural del sistema ω_0 , es decir $\omega \approx \omega_0$, la amplitud de las oscilaciones aumentará drásticamente. Cuando esto ocurre se dice que el **sistema entra en resonancia**. En este contexto ω_0 se le llama también **frecuencia de resonancia**.

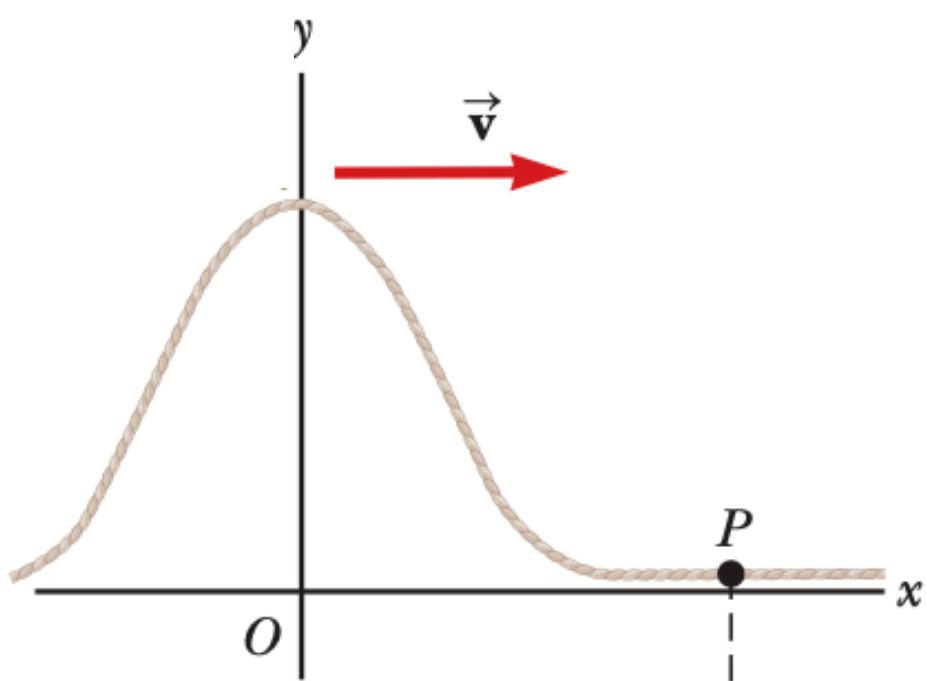


Movimiento ondulatorio

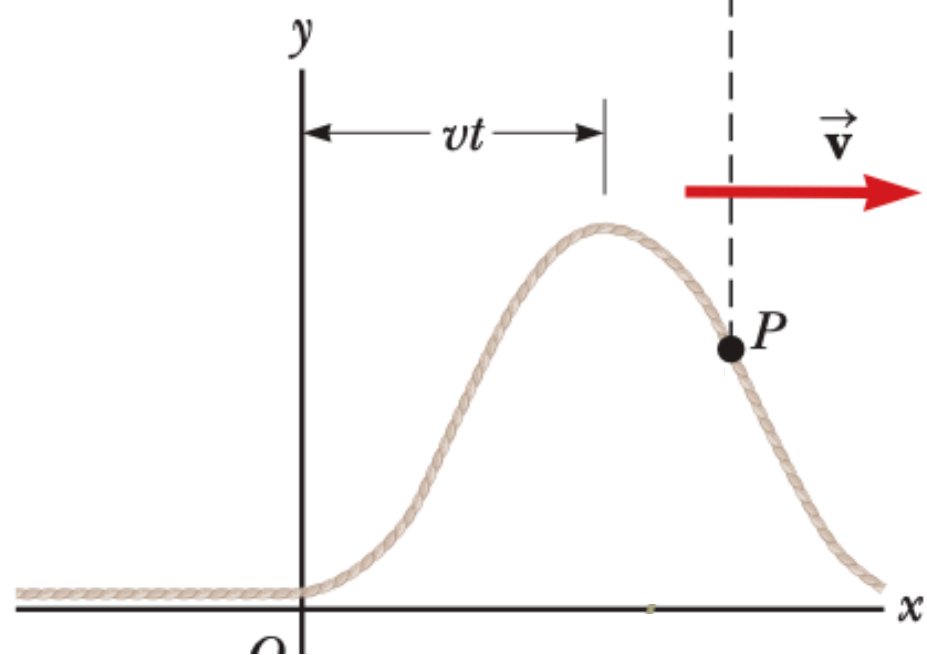
Onda → Perturbación periódica en un medio que tiene la posibilidad de propagarse



A medida que pasa la onda, un punto fijo en la superficie del agua se mueve vertical y horizontalmente



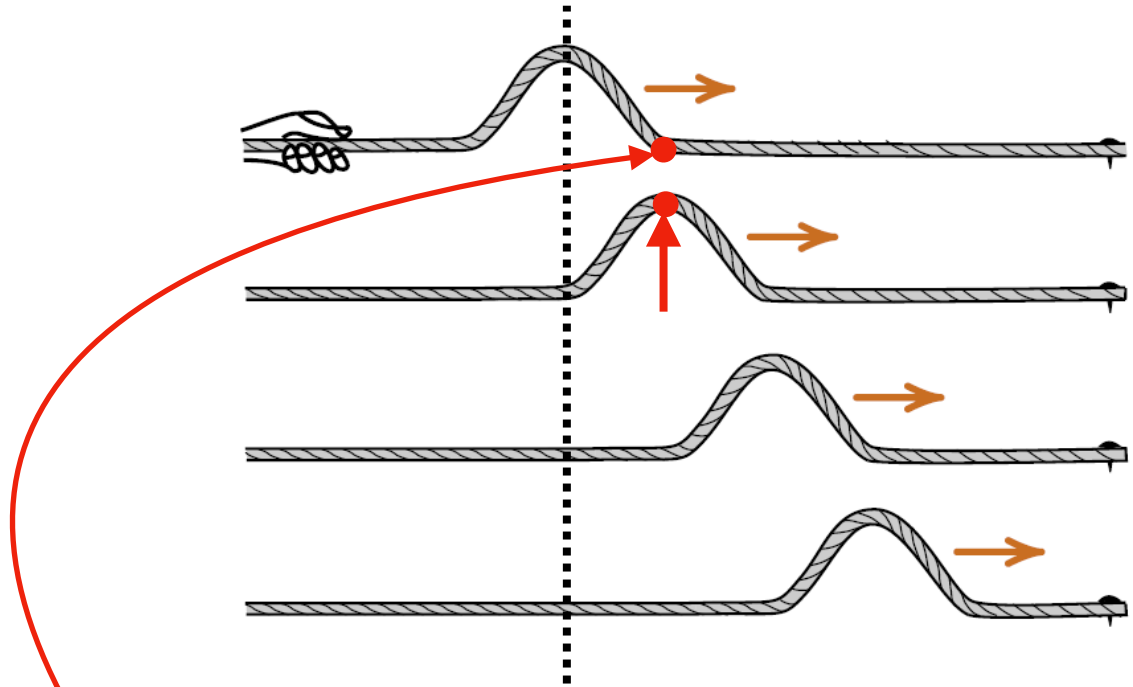
En $t = 0$ la forma del pulso viene dado por una función $y = f(x)$ o $y(x,0) = f(x)$



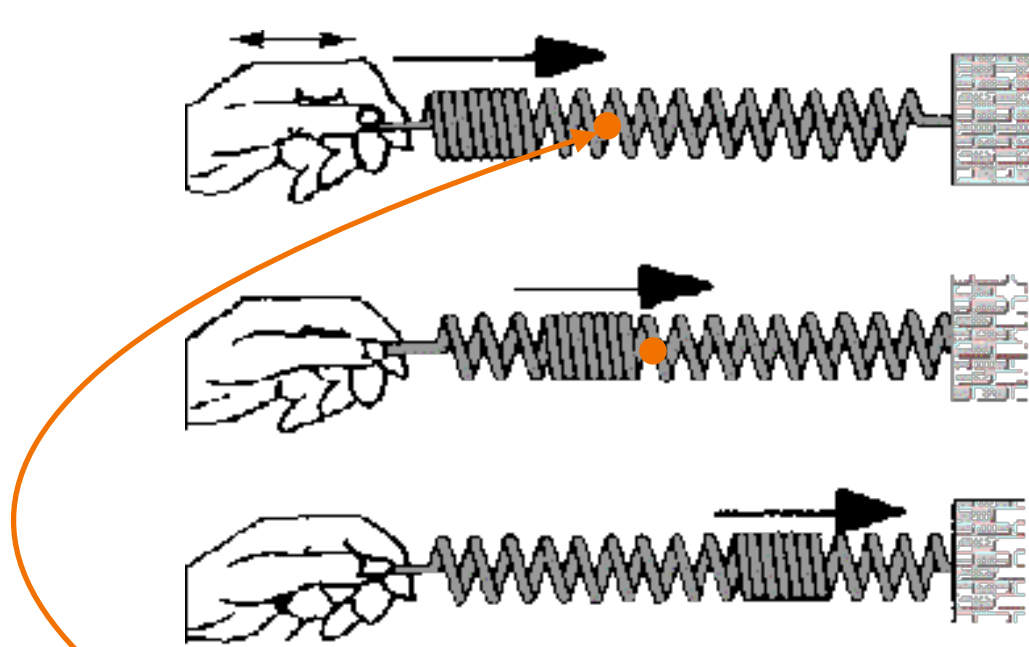
El pulso viaja una distancia vt en un tiempo t . Si la forma del pulso no cambia con el tiempo, entonces $y(x, t) = y(x - vt, 0)$, en general $y(x, t) = f(x - vt)$

A la función $y(x, t) = f(x - vt)$ se le suele llamar **función de onda**. Si el pulso viaja hacia la izquierda $y(x, t) = f(x + vt)$

Pulso → Perturbación que se puede propagar en un medio

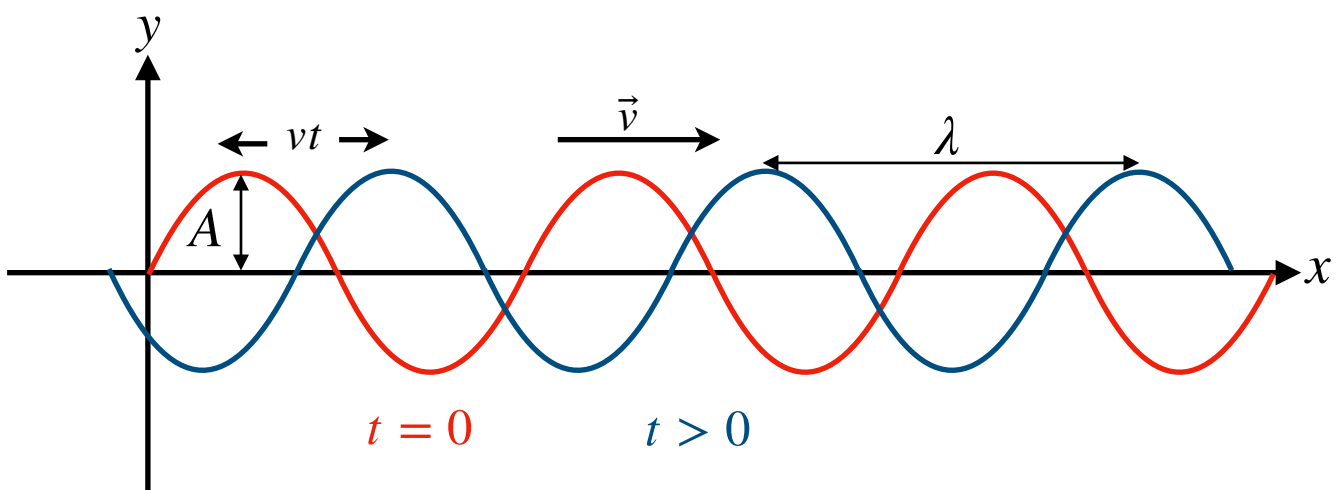


Este punto fue perturbado de su posición de equilibrio y se desplazó **perpendicular** con respecto al desplazamiento del pulso (Onda transversal)

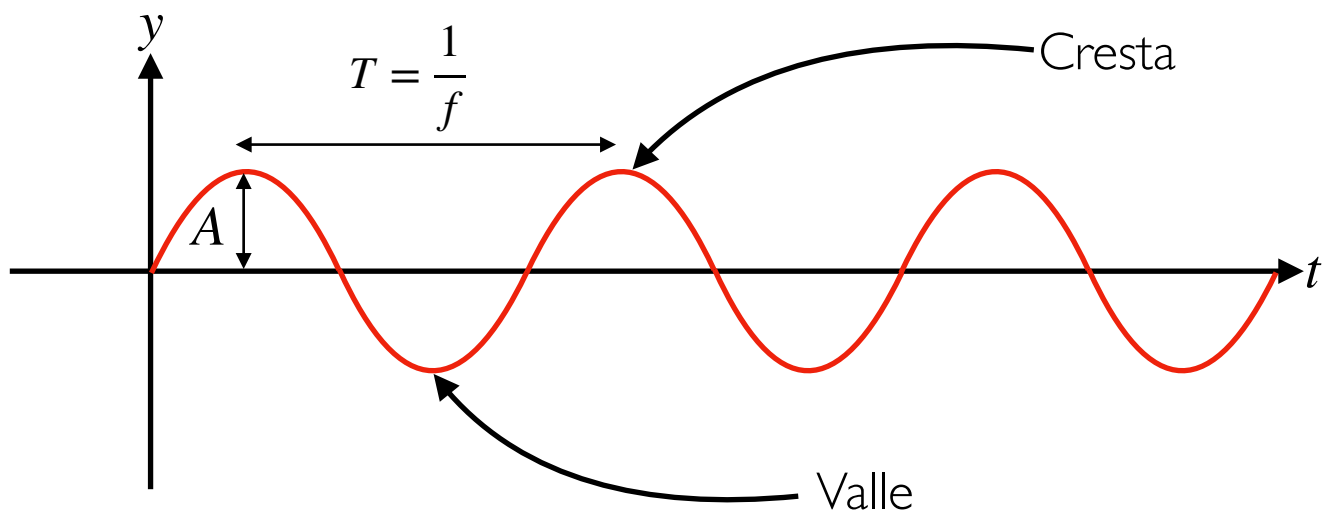


Este punto fue perturbado de su posición de equilibrio y se desplazó **paralelo** con respecto al desplazamiento del pulso (Onda longitudinal)

Cuando la función de onda es una función sinusoidal, entonces la perturbación que se propaga es una onda



Dos capturas instantáneas de una onda sinusoidal a diferentes tiempos



Posición de un elemento del medio como función del tiempo

$$y(x, t) = A \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right] = A \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{v}{T}\right)\right] = A \sin(kx - \omega t)$$

$\lambda = vT \rightarrow$ Longitud de onda
 $k = 2\pi/\lambda \rightarrow$ Número de onda

Por lo general también se puede agregar una fase ϕ

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \phi)$$

Descripción matemática de una onda

Sonido

Las ondas que estudiamos anteriormente están confinadas a propagarse en una dimensión espacial. Por lo general las ondas realistas se propagan a través de medios tridimensionales con cierta estructura volumétrica. El sonido es un caso especial de este tipo de onda

El sonido es un tipo de **onda longitudinal** en donde la perturbación que se propaga es la **diferencia de presión ΔP** de algún medio material

Infrasónico

$< 20\text{Hz} \leq f \leq 20.000\text{Hz}$

Ultrasónico

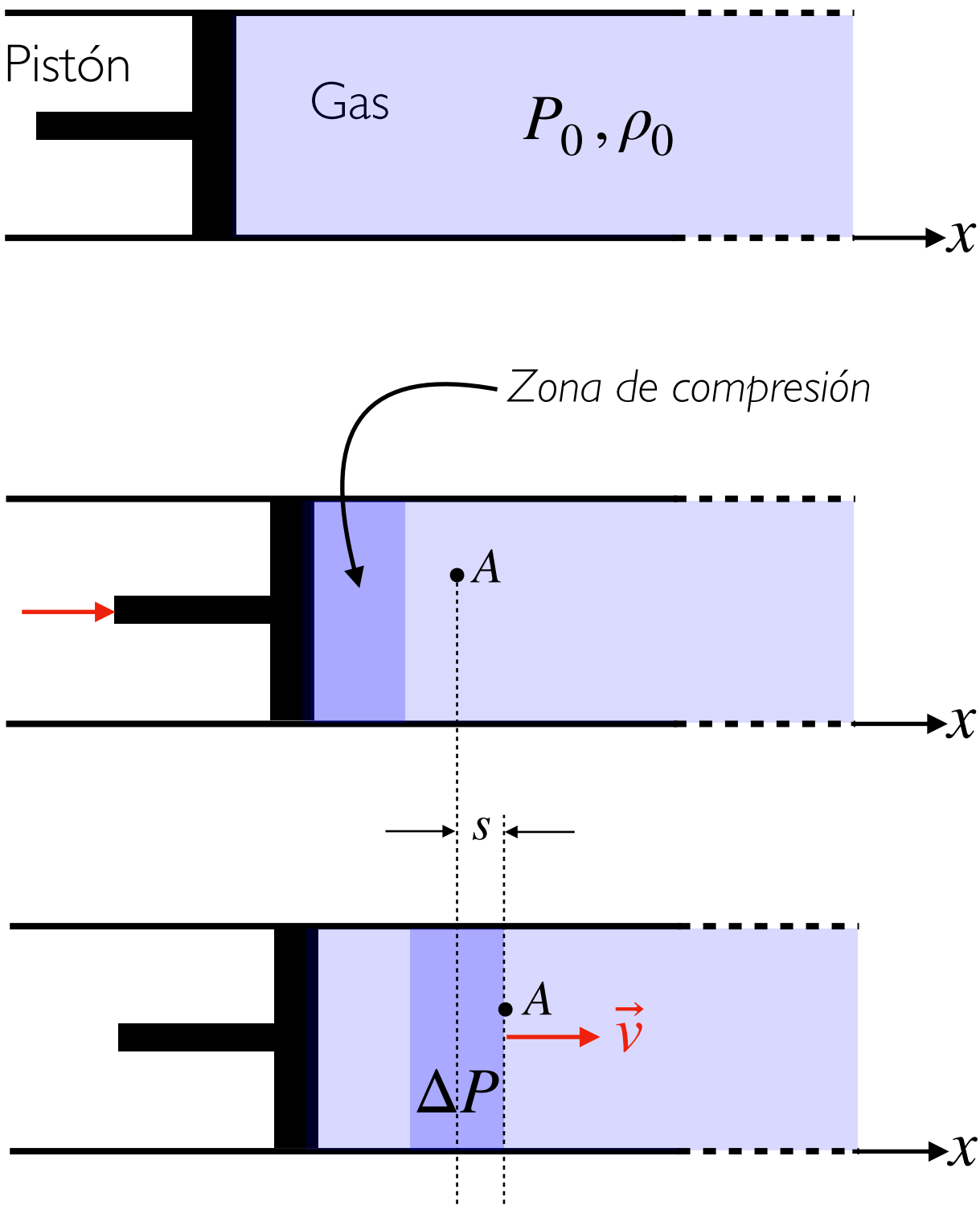
→

Aplicaciones en Kinesiología

Rango audible

Variaciones de presión en ondas de sonido

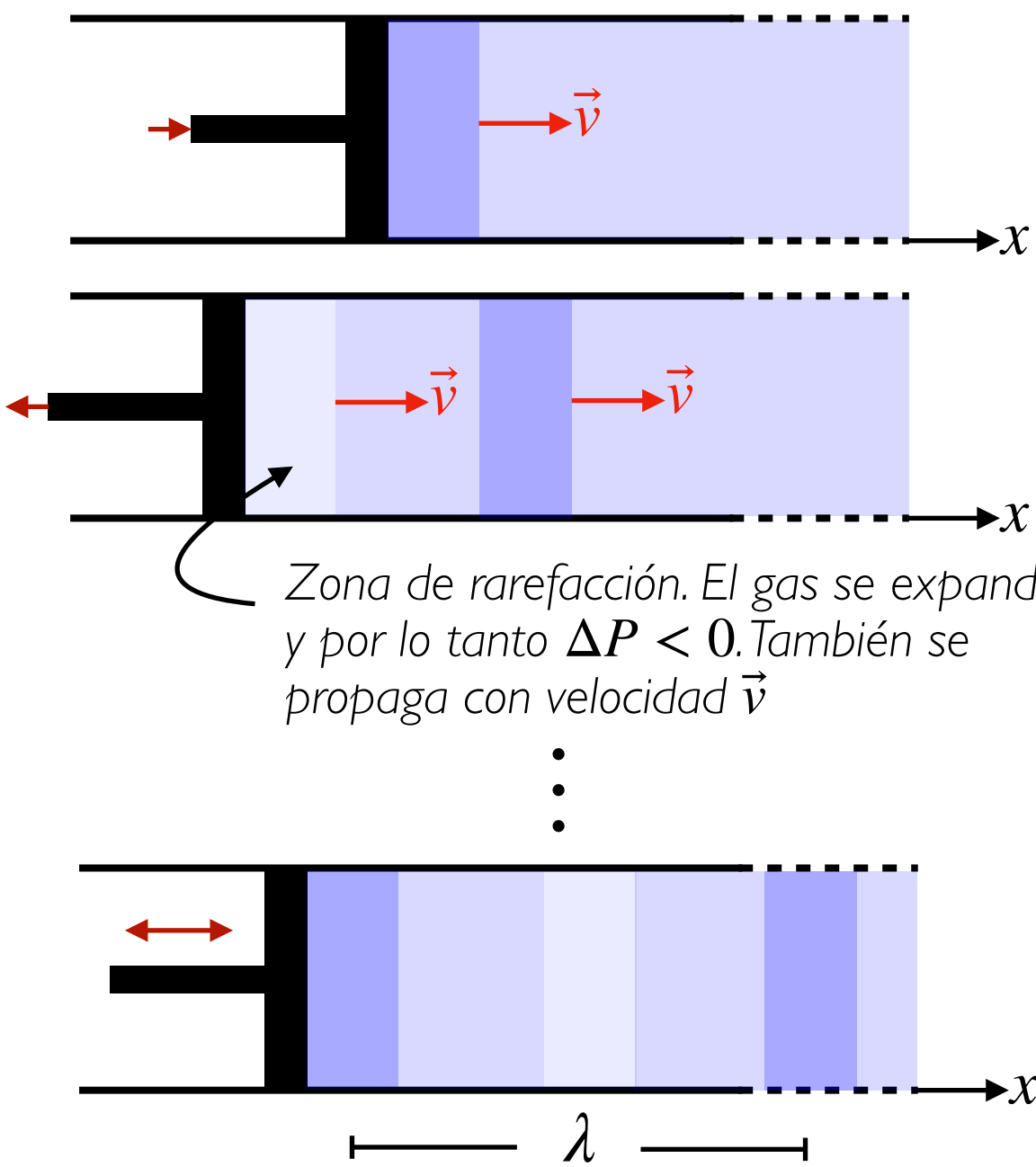
Si el pistón se mueve en un movimiento armónico simple, entonces el pulso se transforma en una **onda de sonido**



Gas en equilibrio no perturbado

Se genera un pulso en donde el gas tiene presión y densidad $P_1 > P_0$ y $\rho_1 > \rho_0$. Un punto A que todavía no es alcanzado por el pulso, permanece en su posición de equilibrio

Cuando el pistón se detiene, el pulso comprimido se propaga como una diferencia de presión $\Delta P = P_1 - P_0$ a través del gas con velocidad $\vec{v}$. El punto A es desplazado una distancia s de su posición de equilibrio



Si $s(x, t)$ es la posición de un elemento del gas relativa a su posición de equilibrio, entonces se tiene que

$$s(x, t) = s_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

De la misma manera, la variación en la presión del gas también fluctuará oscilatoriamente como

$$\Delta P(x, t) = \Delta P_{\max} \sin(kx - \omega t)$$

En donde es posible mostrar que $\Delta P_{\max}$ se relaciona con $s_{\max}$ a través de la densidad ρ del gas en equilibrio como

$$\Delta P_{\max} = \rho v \omega s_{\max}$$

La distancia entre dos zonas de compresion o rarefacción define la longitud de onda