



INTERROGACIÓN I

Duración: 1 hora 10 minutos
12 de septiembre, 2025

Instrucciones

- Está permitido utilizar calculadora científica pero no programable ni gráfica.
- Recuerde poner su nombre en cada hoja de desarrollo.
- Si se le descubre copiando o usando el celular, tendrá la nota mínima y se notificará a un comité de ética.

Formulario

Vectores: $\vec{A} = A_x\hat{x} + A_y\hat{y}$, $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$, $A_x = |\vec{A}| \cos \theta$, $A_y = |\vec{A}| \sin \theta$, $\theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$.

MRU: $x(t) = x_0 + v_0t$, $v(t) = v_0$.

MUA: $x(t) = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$, $v(t) = v_0 + at$, $v^2 = v_0^2 + 2a[x - x_0]$, $t = -\frac{v_0}{a} \pm \frac{\sqrt{v_0^2 + 2a[x - x_0]}}{a}$.

Movimiento parabólico:

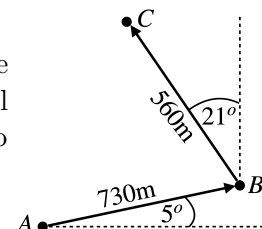
Eje x . MRU con: $x_0 = 0$, $v_{0x} = |\vec{v}_0| \cos \theta_0$. Eje y . MUA con: $y_0 = 0$, $v_{0y} = |\vec{v}_0| \sin \theta_0$, $a_y = -g$.

$x_{\max} = \frac{|\vec{v}_0|^2}{g} \sin(2\theta_0)$, $y_{\max} = \frac{|\vec{v}_0|^2}{2g} \sin^2 \theta_0$, $g = |\vec{g}| = 10\text{m/s}^2$.

Equivalencia entre sistemas de unidades: $1\text{in} = 2,54\text{cm}$, $1\text{ft} = 0,3048\text{m}$, $1\text{mi} = 1609\text{m}$.

Problema 1. Vectores [2 puntos]

De acuerdo a la Figura, el punto B se encuentra a 730m en una dirección de 5° al noreste del punto A . El punto C se encuentra a 560m en una dirección de 21° al noroeste del punto B . Encuentre el vector (magnitud y dirección) de desplazamiento que va del punto A al punto C .



Problema 2. Análisis dimensional [2 puntos]

En algún Universo (no el nuestro), la fuerza de atracción gravitacional F entre tres cuerpos de masas m_1 , m_2 y m_3 , que se encuentran mutuamente separados por una distancia r está dadar por

$$F = G_R \frac{m_1 m_2 m_3}{r^6}. \quad (1)$$

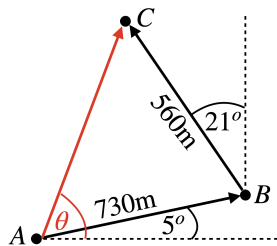
Si la fuerza F tiene dimensiones de masa por aceleración, determine las dimensiones de la cantidad G_R para que la expresión (1) tenga las dimensiones adecuadas.

Problema 3. Cinemática [2 puntos]

- Una roca se lanza verticalmente hacia abajo desde la parte superior de una torre de 45m de altura con una velocidad inicial de 20m/s. Si se desprecia la resistencia del aire, ¿cuál será la velocidad de la roca justo antes de impactar el suelo? ¿Cuánto tiempo tarda en llegar? [1 punto]
- Ahora la roca se lanza con la misma rapidez inicial, pero en un ángulo de 30° con respecto a la horizontal. ¿En cuánto tiempo llega al suelo y con qué velocidad lo hace? [1 punto]

PAUTA

Problema 1



De acuerdo a la figura, el punto B se encuentra a 730m en una dirección de 5° al noreste del punto A . El punto C se encuentra a 560m en una dirección de 21° al noroeste del punto B . Se pide el vector $\vec{AC}$ (magnitud y dirección).

Definimos el sistema de coordenadas con eje x hacia el Este y eje y hacia el Norte. En este sistema, los vectores pueden ser escritos de la siguiente manera

$$\vec{AB} = (730 \cos(5^\circ), 730 \sin(5^\circ)) \simeq (727.2, 63.7)$$

$$\vec{BC} = (-560 \sin(21^\circ), 560(\cos 21^\circ)) \simeq (-200.7, 522.8)$$

De manera que el vector resultante que va del punto A al punto C es

$$\boxed{\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} \simeq (526.5, 586.5)} \quad [1 \text{ punto}]$$

La magnitud de $\vec{AC}$ es:

$$|\vec{AC}| = \sqrt{526,5^2 + 586,5^2} \implies \boxed{|\vec{AC}| = 788 \text{ m}} \quad [0.5 \text{ puntos}]$$

El ángulo respecto al eje x (Este) es:

$$\theta = \arctan\left(\frac{586,5}{526,5}\right), \implies \boxed{\theta \simeq 48^\circ \quad (\text{noreste})} \quad [0.5 \text{ puntos}]$$

Problema 2

Veamos las dimensiones de las cantidades conocidas

$$[F] = [ma] = [m][a] = MLT^{-2}, \quad [m_i] = M, \quad [r] = L. \quad (2)$$

Como no sabemos las dimensiones de la cantidad G_R , podemos expresar esta como

$$[G_R] = M^\alpha L^\beta T^\gamma. \quad (3)$$

Con esto, encontremos las dimensiones de la expresión completa, es decir

$$F = G_R \frac{m_1 m_2 m_3}{r^6} \implies [F] = [G_R \frac{m_1 m_2 m_3}{r^6}] = [G_R] \frac{[m_1][m_2][m_3]}{[r^6]} \quad (4)$$

$$MLT^{-2} = M^\alpha L^\beta T^\gamma M^3 L^{-6} = M^{\alpha+3} L^{\beta-6} T^\gamma \quad (5)$$

$$M^1 L^1 T^{-2} = M^{\alpha+3} L^{\beta-6} T^\gamma \implies \boxed{\alpha = -2}, \boxed{\beta = 7}, \boxed{\gamma = -2} \quad [1 \text{ punto}] \quad (6)$$

Es decir, las dimensiones de la cantidad G_R son

$$\boxed{[G_R] = \frac{L^7}{M^2 T^2}} \quad [1 \text{ punto}]$$

Problema 3

a) En la primera parte encontramos que es un problema de MUA en una dimensión. Fijamos el origen del eje y en el punto de lanzamiento $y_0 = 0$ y escogemos la dirección positiva de este en el sentido de movimiento de la roca, es decir $a_y = +g = 10\text{m/s}^2$. Cuando la roca llegue al piso en $t = t_*$ se tiene que $y(t_*) = 45\text{m}$. Con la elección del sistema de referencia, se tiene que la ecuación de itinerario es:

$$y(t) = v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2 = 20\frac{\text{m}}{\text{s}}t + 5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}t^2 \quad (7)$$

El instante t_* que la piedra toca el suelo se encuentra partir de resolver la ecuación cuadrática

$$45 = 20t + 5t^2 \implies 0 = 9 - 4t - t^2 \implies t = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(9)(-1)}}{-2} = \frac{-4 \mp \sqrt{52}}{2} = \frac{-4 \mp 7,2}{2} \quad (8)$$

$$\boxed{t_* = 1,6\text{s}} \quad [0.5 \text{ puntos}] \quad (9)$$

Con esto podemos calcular la velocidad de la roca al momento de tocar el piso como a partir de la ecuación para la velocidad en función del tiempo

$$v(t) = v_{0y} + at = 20\frac{\text{m}}{\text{s}} + 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}t \implies v(t_*) = 20\frac{\text{m}}{\text{s}} + 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}(1,6\text{s}) = 36\frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (10)$$

$$\boxed{v(t_*) = 36\frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad [0.5 \text{ puntos}] \quad (11)$$

Es decir, a la roca le toma 1,6s llegar al suelo y lo hace con una velocidad de 36m/s en la dirección positiva del eje y .

b) Ahora la roca describe un movimiento parabólico. Usamos el mismo sistema de referencia que antes. Al descomponer la velocidad ahora se tiene que

$$v_{0x} = v_0 \cos(30^\circ) = 20\sqrt{3}/2\frac{\text{m}}{\text{s}} \simeq 17,3\frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v_{0y} = v_0 \sin(30^\circ) = 20 \cdot 1/2\frac{\text{m}}{\text{s}} = 10\frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad (12)$$

Para encontrar el instante t_{**} en que la roca impacta el suelo, se procede de la misma forma que en el problema anterior. En este caso la ecuación de movimiento de la roca en la coordenada y es:

$$y(t) = 10\frac{\text{m}}{\text{s}}t + 5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}t^2. \quad (13)$$

Encontramos t_{**} a partir de resolver la ecuación cuadrática

$$45 - 10t - 5t^2 = 0 \implies t = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4(9)(-1)}}{-2} = \frac{-2 \mp \sqrt{40}}{2} \implies \boxed{t_{**} = 2,16\text{s}} \quad [0.2 \text{ puntos}] \quad (14)$$

La velocidad en el eje y en este instante es

$$v_y(t_{**}) = 10\frac{\text{m}}{\text{s}} + 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}(2,16\text{s}) = 31,6\frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad (15)$$

Por lo tanto, la rapidez de la roca al impactar el suelo será

$$|\vec{v}| = \sqrt{(v_x(t_{**}))^2 + (v_y(t_{**}))^2} = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + (31,6)^2} \implies \boxed{|\vec{v}| \simeq 36\frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad [0.5 \text{ puntos}] \quad (16)$$

La dirección de la velocidad quedará determinada por el ángulo

$$\theta = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \arctan\left(\frac{31,6}{10\sqrt{3}}\right) \implies \boxed{\theta = 61,3^\circ} \quad [0.3 \text{ puntos}] \quad (17)$$

Por lo tanto, cuando la roca se lanza describiendo el movimiento parabólico especificado anteriormente, le toma 2,16s llegar al suelo y lo hace con una velocidad de 36m/s en un ángulo de 61,3° hacia abajo respecto a la horizontal.